第 20 章 期权定价模型的检验

David S. Bates

1. 引言

自 1973 年 Black 和 Scholes 发表了他们关于期权定价的开创性论文以来，有关期权定价的理论和实证研究工作有了突飞猛进的发展。虽然大部分论文继续采用 Black 和 Scholes 几何布朗运动的假定，但是很快出现了其他分布假设。Cox 和 Ross（1976b）采用不同的假设，包括方差模型的绝对发散、纯跳跃和平方根常数弹性来推导欧式期权的价格。Merton（1976）提出一个跳跃－发散模型。随机利率第一次出现在 Merton（1973）的论文中，而随机波动率下的期权定价模型则出现在 Hull 和 White（1987），Johnson 和 Shanno（1987），Scott（1987），和 Wiggins（1987）的论文中。在其他分布假设下对欧式期权定价的新模型还在不断出现；例如，Naik（1993）的状态转换（regime－switching）模型，Dupire（1994），Derman 和 Kani（1994），和 Rubinstein（1994）的隐含二项式模型。

因为期权是衍生资产，所以在实证期权定价中的中心问题就是，期权价格是否与标的资产价格时间序列的性质相一致。这就需要检验一致性（或缺乏一致性）的三个方面：与二阶矩相一致，二阶矩的*变化*以及高阶矩。首先，期权价格与标的资产的条件波动率水平一致吗？这一假设的检验包括，早期对高波动率股票是否倾向于有高价格期权的横截面检验，而近期论文则在时间序列中对用 Black-Scholes 模型计算的期权价格波动率是否是标的资产价格未来波动率的无偏且信息有效的预测器（predictor）进行检验。对动态期权复制策略（replication strategy）套利机会的大量检验，也是检验期权价格与标的时间序列的一致性，虽然当存在高额利润时一般不容易识别哪一个矩是不一致的。

其次，具有持续性的均值回复（mean-reverting）波动率过程的 ARCH/GARCH 时间序列估计的证据，提出了这样一个问题：由具有不同到期日的期权得出的波动率期限结构是否与波动率的可预测变化相一致。关于这个问题已经进行了一些研究，尽管近期论文更多地集中于隐含波动率的期限结构是否能预测*内在*（而非实际）波动率的变化。最后，还对期权价格与标的条件分布的*高阶矩*（偏度、峰度）的一致性进行了一些检验。这里的焦点主要是解释隐含在期权价格中的尖峰态 “波动率微笑（volatility smile）”的证据。自 1987 年股市暴跌以后，隐含在美国股票指数期权价格中显著而持续的负偏度开始引起注意。

本文的目的是讨论期权检验定价模型的实证方法，并总结实证文献的主要结论。本文集中讨论在交易所交易的三种类型的金融期权：股票期权、股票指数期权、股票指数期货期权、货币和货币期货期权。类似的关于商品期权的文献在这里不加以讨论，部分是由于对此不熟悉，部分是由于商品市场的特点（例如，现货市场上现货价格和期货价格分离的卖空限制；季节性收成因素）会使商品期权的定价产生独特的困难。而大量关于利率衍生工具的文献则可以单独成一章，甚至成书。

期权和时间序列之间一致性的检验方法可以分为两种：一种是从时间序列数据中估计分布参数并检查期权价格的涵义，另一种是估计隐含在期权价格中的具体模型参数并检验标的时间序列的分布预测。这两种方法采用完全不同的经济计量技术。前一种方法在原则上可以利用基于时间序列的统计推断方法，尽管在实践中很少使用这种方法。相比之下，隐含参数“估计”缺乏一个相关的统计理论。因此，通常采用一个两阶段程序；假设隐含在期权价格中的参数已知，然后用时间序列数据检验它们的信息内容。两种混合方法的分类主要依据其可检验的涵义是关于期权价格还是标的资产价格。

2. 期权定价的基本原理

2. 1. 理论基础：实际和“风险中性”分布

本文讨论的期权定价模型使用的都是下面一般设定的代表性特例：

$$\begin{aligned} dS/S &= \left[\mu - \lambda\bar{k}\right]dt + \sigma S^{p-1}dW + kdq \\ d\sigma &= \mu_\sigma(\sigma)dt + v(\sigma)dW_\sigma \\ dr &= \mu_r(r)dt + v_r(r)dW_r \end{aligned} \tag{1}$$

其中

S 是期权标的资产的价格，每单位时间具有瞬时（也可能是随机的）期望收益率 μ；

σ 是波动率状态变量；

$2(\rho-1)$ 是方差的弹性（几何布朗运动为 0）；

r 是瞬时名义贴现率；

dW，dW_σ，和 dW_r 是维纳过程的相关新生（innovation）；

k 是以跳跃发生为条件的标的资产价格的随机百分比跳跃，$1+k$ 服从对数正态分布：$\ln(1+k) \sim N\left[\ln(1+\bar{k}) - \frac{1}{2}\delta^2, \delta^2\right]$；且

q 是泊松计数器（counter），具有常数密度 λ：$\text{Prob}(dq=1) = \lambda dt$。

上述一般设定包含方差的常数弹性、随机波动率、随机利率以及跳跃－发散模型。大部分研究集中于 Black 和 Scholes（1973）的几何布朗运动假定：

$$dS/S = \mu dt + \sigma dW, \tag{2}$$

式中假设 σ 和 r 是常数。未加以考虑的是标的波动率中带跳跃的期权定价模型；例如，Naik（1993）的状态转换模型。这类模型虽然有趣而且相关，但是，就我所知，在期权定价背景下还未对这类模型加以检验。

采用时间序列数据检验期权定价模型的一个根本问题是，识别标的状态变量的*实际*过程与隐含在期权价格中的“*风险中性*”过程之间的关系。典型的代理人均衡模型，如 Cox，Ingersoll，和 Ross（1985a），Ahn 和 Thompson（1988），以及 Bates（1988，1991）指出，欧式期权（只在到期日方可履行合约）是这样进行定价的，即投资者在考虑了对系统资产、波动率、利率和跳跃风险进行适当补偿的等价“风险中性”表示下，以他们预期的贴现收益为期权定价。例如，一份无红利股票的欧式看涨期权，执行价格为 X，在到期日 T 的盈利是 $\max(S_T - X, 0)$，定价为

$$c = \mathrm{E}^* \exp\left(-\int_0^T r_t dt\right) \max(S_T - X, 0) \tag{3}$$

E^*是使用状态变量“风险中性”设定的期望值：

$$\begin{aligned} dS/S &= \left[r - \lambda^* \bar{k}^*\right]dt + \sigma S^{\rho-1} dW^* + k^* dq^* \\ d\sigma &= \left[\mu_\sigma(\sigma)dt + \Phi_\sigma\right] + v(\sigma) dW_\sigma^* \\ dr &= \left[\mu_r(r)dt + \Phi_r\right] + v_r(r) dW_r^* \end{aligned} \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_\sigma &= \mathrm{Cov}(d\sigma, dJ_w / J_w) \\ \Phi_r &= \mathrm{Cov}(dr, dJ_w / J_w) \\ \lambda^* &= \lambda \mathrm{E}(1 + \Delta J_w / J_w) \\ \bar{k}^* &= \bar{k} + \frac{\mathrm{Cov}(k, \Delta J_w / J_w)}{\mathrm{E}(1 + \Delta J_w / J_w)}, \end{aligned} \tag{5}$$

且q^*是密度为λ^*的泊松计数器。J_w是代表性投资者名义财富的边际效用，$\Delta J_w / J_w$是在跳跃出现条件下的随机百分比跳跃，而dJ_w / J_w是无跳跃时的百分比冲击。风险中性维纳过程W^*中新生的相互关系和实际过程中新生的相互关系一样。

“风险中性”设定包括了对系统资产、波动率、利率、和跳跃风险的适当、必需的补偿。对有连续股利率r^*的资产，如外币，资产价格的风险中性过程是

$$dS/S = \left[r - r^* - \lambda^* \bar{k}^*\right]dt + \sigma S^{\rho-1} dW^* + k^* dq^* \tag{6}$$

如果是随机的，r^*的过程也必须建模。股票不连续的红利支付会导致实际和风险中性资产价格的不连续下跌。通常假设这种下跌的时间和大小是可以预测的。

Black 和 Scholes（1973）强调在几何布朗运动下推导“风险中性”过程是由连续时间资本资产定价模型引致的均衡，Rubinstein（1976）和 Brennan（1979）在其非连续时间均衡模型中也发现了这一特性。但是，正如 Merton（1973）强调的，Black-Scholes 模型是相对独特的，因为分布假定（2）加上没有交易成本的重要假定足以产生基于*套利*的定价原理，在“风险中性”过程

$$dS/S = rdt + \sigma dW^*, \tag{7}$$

下，以贴现的预期终值为无红利支付的股票期权进行定价，其他发散模型同样具有这一特征，在这些模型中，瞬时资产波动率是资产价格的确定性函数。套利定价反映了这样一个事实，即在给定分布约束和假定没有交易成本的前提下，通过标的资产的自我融资动态交易策略和无风险债券可以复制期权的代价，期权价格应该等于复制投资组合的初始成本。尽管很小的交易成本也会影响连续时间无套利的假设，并使得无风险“套利”机会的利用变得不可能，

但是，Black-Scholes 模型具有均衡和无套利的合理性是重要的。

其他模型要求对系统波动率风险、利率风险、和/或跳跃风险的适当定价进行评价。定价这些风险的标准方法是假设风险是非系统性的，从而价格为零（$\Phi_\sigma = \Phi_r = 0; \lambda^* = \lambda, k^* = k$），或对风险溢价设定一个可追溯的函数形式（如，$\Phi_r = \xi r$）然后从观测到的期权价格中估计其他（自由）参数。运用资产定价模型（例如基于消费的资本资产定价模型[1]）为波动率风险或其他种类风险定价，还没有成为实证期权定价文献的通常做法。这些风险溢价可能导致由期权价格得出的“风险中性”分布和标的资产价格的真实条件分布之间出现割裂。

即使在 Black-Scholes 模型中，如果没有对“实际”和“风险中性”过程之间的关系作进一步的约束，也不可能检验期权价格与时间序列的一致性。鉴于理论上瞬时条件波动率 σ 对两个过程是相同的，因此是时间序列和期权价格共有的参数，采用离散抽样时间序列数据对这个参数的估计通常要求对 μ 的函数形式进行限制。Grundy（1991）、Lo 和 Wang（1995）对这个问题进行了讨论，他们指出，强的均值回复如 $\mu(S) = \beta \ln(\bar{S}/S)$ 会导致离散时间样本波动率和对数差分资产价格的瞬时条件波动率二者之间的不一致。

因此，期权定价模型的检验也在一定程度上取决于有关风险溢价 $\mu - r$ 资本市场均衡的假设，或者取决于 μ 的适当函数形式的经验认识。例如在上面的例子中，人们可能赞同一个不变的或变化缓慢的风险溢价，反对“难以置信的”强均值回复，要么因为当 $S < \bar{S}$ 时买入、当 $S > \bar{S}$ 时卖出的巨大投机机会，要么因为资产价格单位根的经验证据。当然，在 Black-Scholes 分布假定下，以常数风险溢价为条件，从对数差分资产价格中估计出来的波动率的概率极限，就是从期权价格中观测到的波动率参数 σ^2。

2.2. 术语和符号

标的资产的*远期价格* F 是指现在订约未来交割的价格。对有连续年息收益的资产，如外币，其远期和即期价格通过“持有成本”关系 $F = Se^{(r-r^*)T}$ 联系起来，其中 r 是具有可比到期时间 T 贴现债券的连续复利收益率，而 r^* 是连续年息收益率（连续复利外国债券的收益用外币支付）。对具有已知的不连续红利支付的股票期权，可比较的关系式是 $F = e^{rT}\left[S - \Sigma_t e^{-r_t t} D_t\right]$，其中红利以相应的债券收益率 r_t 进行贴现。期货价格的持有成本为零。

如果执行价格低于、大约等于、或高于标的资产的*远期*价格，看涨期权被称为*实值期权*（ITM）、*两平期权*（ATM）、或*虚值期权*（OTM）。对期货期权，仅需用期货价格代替远期价格。同样地，如果看跌期权的执行价格高于、大约等于、或低于*远期*或期货价格，就相应

[1] 在消费 CAPM 中，名义财富的边际效用与消费的瞬时边际效用有关：$J_w = U_c(c)/P$，其中 c 是实际消费，P 是价格水平。

[2] Fama（1984）注意到，如果假设理性预期是随时间高度变化的外币风险溢价的证据，那么对未冲销利息平价的标准拒绝就可以得到解释。参见 Hodrick（1987），Froot 和 Thaler（1990）以及 Lewis（1995）有关结果文献的综述和其他解释。

被称为实值期权、两平期权、或虚值期权。这是大部分文献中的标准术语，虽然也有一些文献使用即期价格/执行价格的关系来定义。实值看跌期权对应于虚值看涨期权。

只能在到期日履行合约的欧式看涨和看跌期权分别用c和p表示，而在到期日之前任何时间均可履行合约的美式期权分别用C和P表示。欧式期权的*内在价值*是远期价格和执行价格之差的贴现值，看涨期权是$e^{-rT}(F-X)$，看跌期权是$e^{-rT}(X-F)$。美式期权的内在价值是立即执行时能获得的价值：看涨期权是$S-X$，看跌期权是$X-S$。期权的*时间价值*是期权价格和它的内在价值之差。

*隐含波动率*是基于几何布朗运动假定的理论期权定价公式等于观测到的期权价格时，对数差分资产价格年标准差的值，也经常称之为“内含”波动率。当期权是美式期权时，原则上隐含波动率应该用美式期权定价公式计算，但是有时不是这样做。*历史波动率*是在期权交易之前一个固定“窗上”，例如30天的一段固定时期对数差分资产价格的样本标准差。

2.3. 无套利条件的检验

检验时间序列分布和期权价格一致性的一个必要先决条件是期权的价格应满足某些基本的无套利约束。第一，*相对*于同期标的资产价格，看涨和看跌期权的价格不能低于内在价值，而美式期权的价格不能低于欧式期权的价格。第二，美式期权和欧式期权的价格必须是执行价格的单调凸函数。第三，具有共同执行价格和到期日的同期欧式看涨期权和看跌期权的价格应该满足看涨——看跌期权之间的平价关系，而同期美式看涨和看跌期权的价格应该满足Stoll和Whaley（1986）论文中讨论的特定不等式约束。

违反这些约束，可能意味着拒绝“不满足”的基本经济假设，或者更可能意味着严重市场同步（market synchronization），或未考虑数据记录问题、买卖差价和交易成本。此外，正如Cox和Ross（1976a）所论述的，这些无套利约束反映了隐含在期权价格中的风险中性分布的极其基本的性质。欧式期权价格关于执行价格的单调性等同于风险中性分布函数是非减的，而凸性则等同于风险中性概率密度是非负的。如果这些无套利约束被严重违反，就没有与观测到的期权价格相一致的分布假设了。

通常，有理由对那些基于*华尔街日报*上的期权和标的资产收盘价格得出违反无套利约束的论文持怀疑态度。期权价格对标的资产价格非常灵敏，而即使15分钟的非同步就会产生大量的“套利”机会。一个早期的例证是由Galai（1979）给出的，他对观测到的1973年4月至10月芝加哥期权交易所（CBOE）股票期权收盘价进行研究，发现大部分违反凸性（在1000个相关观测值中有24个违反），但在使用日内交易数据时这一情况就消失了。

然而，更谨慎地使用同步化交易数据的研究发现，有相当一部分期权价格违反了下限约束。Bhattacharya（1983）考察了1976年8月24日至1977年6月2日CBOE上58支股票的美式期权的价格，发现在86137个记录中有1120个（1.30％）违反了立即执行下限，而在一个有54735个记录的数据子集中有1304个（2.38％）违反了欧式内在价值下限。但是，Bhattacharya发现，扣除估计的交易成本后违反的情况就非常少了。Culumovic和Welsh（1994）发现CBOE股票期权中违反下限的比例在1987年－1989年间呈下降趋势，但是仍然还有不少违反情况。

Evnine和Rudd（1985）用整点（on－line－hour）数据考察了1984年6月26日－8月30日（合约订立的第一年内），芝加哥期权交易所的S&P100指数美式期权和美国证券交易所的主要市场指数（MMI）期权。他们发现2.7％的S&P100看涨期权报价和1.6％的MMI看涨期权报价违反了内在价值界限，而且都是在八月初市场动荡状态下出现的。标的指数不

是可交易的合约，而是许多成份股加总的价格。因此，显而易见的套利机会无法轻易利用，这样的套利机会可能反映了由于不包括在成份股的资产价格造成的报告指数与其“真实”价值的偏离。

Bodurtha 和 Courtadon（1986）考察了费城证券交易所（PHLX）最初两年（1983 年 2 月 28 日—1984 年 9 月 14 日）五种外汇的美式外汇期权，发现 0.9％的看涨期权的交易价格和 6.7％的看跌期权价格违反了立即执行下限，该下限由交易所提供的 Telerate 即期报价计算而来，而大部分违反情况在考虑了交易成本后就消失了。Ogden 和 Tucker（1987）考察了 1986 年英镑、德国马克和瑞士法郎的看涨期权和看跌期权的价格，并和最近的 CME 外币期货价格比较。他们发现只有 0.8％违反了内在价值界限，而大部分违反程度都很小。Bates（1996b）发现在 1984 年 1 月－1991 年 6 月大约 1％的 PHLX 德国马克看涨和看跌期权的交易价格轻度违反了内在价值界限（根据期货价格计算）。Hsieh 和 Manas-Anton（1988）考察了在交易的第一年期间（1984 年 1 月 24 日－10 月 10 日）德国马克期货期权的午间交易，发现看涨期权有 1.03％的违反比例而看跌期权有 0.61％的违反比例，所有的违反都小于 4 个价格点。

对内在价值约束的违反只有在短期、实值期权和时间价值很小的深度实值期权中才能观测到——这些期权的一小部分在任一给定时间交易。因此，违反的程度大小比违反的频率更有意义。违反的程度通常小于估计的交易成本这一事实是确信无疑，这意味着违反可能是由于期权市场和标的资产市场之间的不完全同步，或者买卖差价引起的。Stephan 和 Whaley（1990）提出了进一步的不完全同步的证据。他们发现在 1986 年股票期权的价格变化比个股的价格变化滞后大约 15 分钟；Fleming，Ostdiek，和 Whaley（1996）发现在 1988 年 1 月—1991 年 3 月，S&P100 股票指数期权的预期价格变化比标的股票指数的变化大约晚 5 分钟。这些违反情况表明即使是高质量的日内交易数据，在观测到的期权价格/标的资产价格关系中也存在测量误差。

3. 基于时间序列的期权定价模型的检验

3. 1. 统计方法

如果对数差分的资产价格服从平稳分布，如 Black 和 Scholes（1973）假设的高斯分布，那么对期权价格和时间序列数据一致性的实证检验就相对简单多了。平稳分布参数的估计方法已得到很好的发展，作为结果的期权价格的可检验含义是统计推断的直接运用。例如，Lo（1986）提出采用极大似然参数估计，极大似然估计的不变性产生基于时间序列信息的期权价格的极大似然估计值。根据估计得到的期权价格的渐近无偏性和正态性，可以类似地建立与期权价格相联系的渐近置信区间。对于对数正态分布，具有固定时间间隔 Δt 的数据的极大似然估计量当然是

$$\hat{\sigma}_{ML}^2 \Delta t = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left[\ln\left(S_n / S_{n-1}\right) - \ln\left(S_n / S_{n-1}\right)\right]^2 ,$$

它与普通的方差无偏估计量有密切关系

$$\hat{\sigma}^2 \Delta t = \frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N}\left[\ln\left(S_n / S_{n-1}\right) - \ln\left(S_n / S_{n-1}\right)\right]^2 .$$

由于在几何布朗运动下，可以通过使用更多的观测值、或者以更高的频率抽样来增大 N，

原则上可以构建任意严格的置信区域来检验观测到的期权价格是否与标的时间序列一致。唯一需要指出的是实际和“风险中性”分布的均值之间的区别，而这随着数据抽样频率的增大变得越来越不重要。

采用高频（例如日内的）数据进行学术检验的方法，最初未被采纳是由于数据的缺乏，随后是由于认识到相当显著的日内市场微观结构效应（如买卖反弹）会降低这种数据的有用性。扩大数据样本长度的提议由于认识到时变波动率而被淡化。因此，Black-Scholes 模型的检验通常涉及这样一些认识，即模型存在误设定，其标的分布假设（概率为 1 的常数波动率几何布朗运动）是错误的。

在几何布朗运动的假定下，研究者提出了各种估计量，以导出运用相对短的数据间隔条件下适当期权价格基于时间序列的预测值。Parkinson（1980）的高－低估计量是假设在日内几何布朗运动下，利用隐含在标准报告中股票每日最高价和最低价的的信息。Garman 和 Klass（1980）讨论了 Parkinson 波动率估计中偏差的可能来源，包括非连续记录（使报告的最高价和最低价有偏）、买卖价差、和对（合理的）日内和隔夜波动率可能偏离的关注。Bulter 和 Schachter（1986）注意到，虽然样本方差是实际方差的无偏估计量，但是在给定非线性变换下，从样本方差得到的期权定价会产生有偏的期权价格估计值。因此，他们通过对期权价格进行 σ 的幂级数展开，根据对数差分资产价格的正态分布假设，使用 σ 幂的无偏估计量，得到 Black-Scholes 期权价格的小样本最小方差无偏估计量。然而，Bluter 和 Schachter（1994）后来得出结论：由于使用一个 30 天的样本方差引起的小样本偏倚对期权市场有效性的标准检验而言是可以忽略的，特别是相对于小样本波动率估计中的噪声来说更是如此。贝叶斯方法被用以开拓有关波动率（Boyle 和 Ananthanarayanan（1977））、或者不同股票波动率的横截面分布（Karolyi（1993））的先验信息。

最后，当然，有关 ARCH 和 GARCH 模型的大量文献直接地致力于解决时变波动率的条件方差最优估计问题。Engle，Kane，和 Noh（1993）研究了这些方法对期权市场的潜在价值，他们对采用二者择一的方差预测方法的虚拟交易者之间的波动率敏感的马鞍式组合（1 ATM 看涨期权＋1 ATM 看跌期权）进行交易博弈。基于 1968 年－1991 年股票指数数据，他们得出这样的结论，即 GARCH（1，1）交易者将比移动平均“历史”波动率交易者获得更多的利润，特别是交易那些特别短期的马鞍式组合。但是，他们的结论在很大程度上受到 1987 年股市暴跌的影响。

3.2.Black-Scholes 模型

3.2.1.期权定价

标的资产价格遵循几何布朗运动的 Black-Scholes 原创设定已经成为并将继续作为占支配地位的期权定价模型，所有其他模型都与它做比较。对欧式看涨期权，Black-Scholes 公式可以写成

$$c^{BS}(F,T;X,r,\sigma)=e^{-rT}\left[FN\left(\frac{\ln(F/X)+\frac{1}{2}\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}\right)-XN\left(\frac{\ln(F/X)-\frac{1}{2}\sigma^2T}{\sigma\sqrt{T}}\right)\right] \tag{10}$$

式中 F 是标的资产的远期价格，T 是期权的到期时间，X 是执行价格，r 是连续复利率，σ^2

是单位时间的瞬时条件方差，而 $N(*)$ 是正态分布函数。[3]一个相关的公式用于估计欧式看跌期权。美式看涨和看跌期权的价格取决于类似的输入变量，但是一般没有闭式（closed-form）解，而必须采用数值方法求解。Black-Scholes 模型的支配地位体现在这样一个事实上：即*隐含波动率*——通过合适的期权定价公式计算出的价格等于观测到的期权价格时的 σ 值——已经成为期权价格报价的标准方法。

大部分理论期权定价的论文都在某种形式上保留了几何布朗运动假定，集中于红利和/或提前执行合同对期权定价的影响。虽然 Black 和 Scholes（1973）假设是无红利支付的股票，欧式期权定价公式可以很容易扩展至具有固定连续红利收益的股票（Merton（1973））、货币期权（Garman 和 Kohlhagen（1983））、和期货期权（Black（1976b）），而且都可以证明是直接并套入上述公式。而股票的不连续红利支付事实上更难处理，特别是和美式期权定价问题连结在一起。出于易于处理的原因，一些论文，如 Whaley（1982），假设远期价格——而非附红利股票价格——遵循几何布朗运动[4]。当至多有一次红利支付时，这可以得到一个相对简单的美式看涨期权公式，而当有多次红利支付时，可以采用数值方法，如复合点阵技术（recombinant lattice techniques）估计美式期权的价格（Harvey 和 Whaley（1992a））。

即使在几何布朗运动的假设下，估计美式期权提前执行的期权溢价也是十分困难的。虽然在某些情况下可以发现好的近似值[5]，但是通常需要进行计算量很大的偏微分方程的数值求解。尽管 Kim（1990）和 Carr，Jarrow，和 Myneni（1992）对“自由边界”美式期权估价问题提出了更清晰的理解，直到最近才出现一些更有效的美式期权估价方法[6]。有关边界条件的正确设定及其对期权价格的影响的研究仍然处于表面（如 Valerio（1993）讨论的 S&P100 指数期权的“外卡”（wild card）特点），这当然是奇异期权估价的基本问题。早期实证文献中的一个主要问题是，对提前执行期权溢价使用经过特别修正的欧式期权定价模型是否是形成期权定价误差的原因；如 Whaley（1982），Sterk（1983），以及 Geske 和 Roll（1984）所讨论的那样。

许多论文因此集中研究那些可以很好地用欧式期权来近似美式期权价格。对于股票期权，仅包括考察没有或者低红利支付的股票的看涨期权。当国内利率高于（低于）国外利率时，美式看涨（看跌）货币期权可以很好地用欧式货币期权价格来近似表示（Shastri 和 Tandon（1986））。

3.2.2. Black-Scholes 模型的检验

事实上，采用这样一种方法的论文相对较少，即用历史的对数差分资产价格来估计波动率，然后检验观测到的期权价格与 Black-Scholes 期权价格的预测结果是否一致。一个原因是 Black-Scholes 模型的无套利假设意味着可以直接对从动态期权复制中获得的利润进行“市场有效性”检验，如 Black 和 Scholes（1972）。第二个原因是，早期对时变波动率的认识，使得这一反向检验变得自然，即检验从期权价格中得出的波动率是否确实可以准确地估计未来资产的波动率。前一个检验在下一节讨论，后一个检验将在下面的 4.3 节中加以综述。

---

[3] 经典的 Black-Scholes（1973）公式可以使用 $F=Se^{rT}$ 从（10）中得出，F 是无红利支付资产合适的远期价格。

[4] Whaley 的假设扣除有条件的红利现值后的股票价格遵循几何布朗运动，等同于假设远期价格 $F = e^{rT}\left[S - \Sigma_t e^{-r_t t} D_t\right]$ 遵循几何布朗运动。

[5] 这样的例子包括 MacMillan（1987）和 Barone-Adesi 和 Whaley（1987）在几何布朗运动下美式期权定价的二次逼近。Broadie 和 Detemple（1996）对各种数值法的有效性有一个很好的综述。

[6] 例如，参见，Allegretto，Barone-Adesi，和 Elliott（1995）和 Broadie 和 Detemple（1996）。

尽管如此，还是有几篇论文采用横截面及事件研究方法检验了股票波动率和股票期权价格的总体一致性。Black 和 Scholes（1972）以及 Latané和 Rendleman（1976）确实发现，高波动率的股票更具有高期权价格（相当于高隐含波动率）。然而，Black 和 Scholes（1972）认为这种横截面关系是有缺陷的，高波动率股票过高估计而低波动率股票过低估计随后的期权价格。Black 和 Scholes 考察的是 1966 年－1969 年的场外交易股票期权；但是 karolyi（1993）对 1984 年－1985 年 CBOE 股票期权的研究发现了类似的关系。在含噪声的波动率估计中，产生于变量误差（error-in-variables）问题的可能性至今未被排除。Choi 和 Shastri（1989）认为波动率估计中与买卖报价相关的偏差不能解释这个难题。Blomeyer 和 Johnson（1988）发现，即使经过提前执行期权溢价的调整，Parkinson（1980）的股票波动率估计还是大大低估了 1978 年股票看跌期权的价格。

可预测波动率变化的事件研究结果却各不相同。Patell 和 Wolfson（1979）发现在盈利公告之前股票的隐含波动率持续上升，然后在盈利公告之后大幅下降，这与不确定性条件下的可测性变化是一致的。Maloney 和 Rogalski（1989）发现普通股票波动率中可预测的年末及一月份季节性变差（seasonal-variations）确实反映在看涨期权的价格中。相反，Sheikh（1989）发现，拆股后股票波动率会上升，在宣布拆股时并没有反映在 1976 年－1983 年 CBOE 的期权价格上，但是一旦拆股已经发生就确实会影响期权的价格。

货币和股票指数期权的横截面证据似乎和标的资产的风险一致。Lyons（1988）指出，1984 年－1985 年德国马克、英镑和日元期权的隐含波动率相当于标的货币年波动率的 10-15％。S&P500 期货期权的隐含波动率大约是 1987 年股市暴跌前三年的 15-20％（Bates（1991）），等于暴跌前股票市场波动率的标准估计。

高波动率资产的期权通常具有高隐含波动率是合理的，尤其是给出的波动率范围从加拿大元的 5％变化至个股的 30％-40％的事实。从隐含波动率和 ARCH/GARCH 模型中得出的时变波动率的证据，足以对常数波动率的假设下更详细地比较时间序列和期权价格的效用提出疑问。

3.2.3. 期权市场有效性的交易策略检验

从 Black 和 Scholes（1972）开始，许多学者对意味着期权误定价的动态套利机会进行检验。这些检验从估计波动率开始；Black 和 Scholes 采用前一年的历史波动率，而其他人采用滞后的每日隐含波动率。给定一天，所有的期权都用 Black-Scholes 模型（或美式期权变形）进行估计，然后据此识别“高估”和“低估”的期权。同时持有适当的期权头寸和标的资产的对冲保值头寸，后者用基于估计波动率的“Delta”每日进行调整。任何具有统计显著性的利润都被认为是对 Black-Scholes 模型的拒绝。Delta 扣除交易成本后，在每日改变保值头寸的情况下，经常发现有利润。因为每日保值交易通常是有不完全的、而且利润具有风险性，用 Sharpe 比率或 Jensen 的 Alpha 进行风险调整，有时仍然存在着平均利润。[7]

市场有效性检验的主要问题是它们非常容易受选择性偏差的影响。标的资产价格买卖价差和期权或和标的资产的不完全同步会产生期权价格大的百分比误差，特别是对低价位的虚值期权[8]更是如此。因此，即使一个仅使用以前时期信息的事前检验也不能保证可以实际地以被识别为 “高估”或“低估”的期权价格/资产价格组合进行交易。这种情况的一个例证是 Shastri 和 Tandon（1987）的研究。他们采用交易数据，发现由单个交易引起的对明显交

[7] 参见 Galai（1993）对早期市场有效性检验的综述。

[8] Black-Scholes 期权价格关于标的资产价格的弹性接近于无穷大，因为期权渐渐变成虚值期权，表明标的资产价格的一个小小误差将产生巨大的影响。George 和 Longstaff（1993）报告，1989 年 S&P100 指数期权的买卖价差在期权价格的 2％－20％之间。

易机会的耽搁利用将显著减少平均利润。当然，这个问题在使用严重同步的收盘价数据的早期研究中更为突出。

另一个统计问题是，从期权交易策略中获得的利润分布通常是严重偏斜和尖峰态。对未保值的期权头寸更是如此，因为购买期权意味着有限的义务和实质上存在无限的潜在利润。Merton（1976）指出，在 Delta 保值头寸和设定误差下情况也是如此。如果真实过程是跳跃－发散过程而且期权被正确定价，那么正确地从 Delta 保值的期权头寸中获得的利润将遵从纯跳跃过程：大部分时间的“超额”收益被资产价格跳跃时的损失所抵销。虽然偏斜尖峰态的利润分布没有引起渐进方面的问题，但通常使用 1—3 年样本得到的不存在平均超额收益的 t 统计检验，是否可靠还没有得到验证。

大部分“市场有效性”研究中存在的第三个问题是没有给出哪些期权是被错误定价的信息。通常的方法是将具有不同执行价格、到期日，甚至不同股票的期权联合起来进行考虑。买入“低估”的期权，卖出“高估”的期权，得出总利润。这种检验确实有效地检验了这样一个假设，即所有期权都是根据 Black-Scholes 模型进行定价的，当然，这受到前面提到的数据和统计问题的约束。但是，整体拒绝无法说明 Black-Scholes 模型*为什么*被拒绝，也没有说明哪一个备择分布假设会更好。这需要更为详细的信息。例如，市场波动率的不准确估计会影响所有的期权，而错误定价的高阶矩对不同执行价格的期权有不同的影响。更详细的信息对于识别主要明显利润机会是否存在于虚值期权中也是有帮助的，这特别容易受数据问题的影响。一些研究，如 Fleming（1994）将注意力仅限于实值看涨和看跌期权，似乎更可靠、更有指导性。

许多研究如 Fleming（1994）发现，在考虑了非连续时间套期保值所需要的交易成本之后，超额利润就消失了。而在从业者的观点看来，以此做出拒绝 Black-Scholes 模型的结论并不可靠。交易成本损害了 Black-Scholes 模型基于套利的基础。在每日套期保值下，扣除交易成本后很少有套利机会也就不足为奇了。但是，模型确有*均衡*和无套利假设。对二者进行检验需要考察购买或出售“错误定价”的期权是否提供了一个非常有利的收益/风险权衡的投机机会。不幸的是，在资产定价中检验期权定价模型需要采用比上述研究更长的数据库（database），特别是考虑到期权收益有偏和尖峰态的特征。

3.3. 常数弹性方差模型

常数弹性方差（CEV）期权定价模型

$$dS/S = \mu dt + \sigma S^{\rho-1} dW \qquad (11)$$

第一次以 ρ =1/2 和 ρ =0 的特例出现在 Cox 和 Ross（1976b）论文中，更一般的模型随后出现在 MacBeth 和 Merville（1980），Emmanuel 和 MacBeth（1982），以及 Cox 和 Rubinstein（1985）的论文中。该模型之所以受到关注有这样几个原因。第一，该模型和 Black-Scholes 模型一样以无套利的假设为基础。第二，模型与 Black（1976a）的发现一致——即波动率的变化与股票收益率是负相关的——这一相关关系后来令人费解地被称为“杠杆效应”[9]。同样地，研究者最初希望该模型可以解释和识别时变波动率。第三，相对于 Black-Scholes 模型，该模型与期权定价偏差是潜在一致的。第四，该模型可以解释破产的情形。 最近的“隐含二项式树（implied binomial tree）”模型（ Dupire（1994），Derman 和 Kani（1994），以及

[9] Black（1976）注意到财务杠杆或营业杠杆（如，股东收到扣除利息费用和其他固定成本后的公司收入）模型提供了这种相关关系的部分有偏解释。Black 还注意到，杠杆效应不足以解释价格和波动率交叉效应的大小。

Rubinstein（1994）），将瞬时条件波动率看成是资产价格和时间的一个灵活但是决定性的函数。该模型可以看成是 CEV 模型的一般化形式。

Beckers（1980）用 1972 年－1977 年的日数据估计 47 支股票的 CEV 参数，发现收益分布总是不如对数正态分布那样正偏（ρ<1），而通常是负偏的（ρ<0）。他模拟了当ρ＝1/2 和ρ＝0 时期权的价格，尽管他没有直接检验这与观测到的期权价格的一致性。Gibbons 和 Jacklin（1988）用 1962 年－1985 年更长的数据样本检验股票价格，发现估计的ρ几乎不变化，在 0 和 1 之间。Melino 和 Turnbull（1991）约束ρ在 0 和 1 之间离散取值（包括 0 和 1），用 1979 年－1986 年的数据估计 5 种外币的 CEV 过程，拒绝了几何布朗运动假设（ρ＝1）。用 1983 年－1985 年期间（他们有该期间货币期权的数据）两个子样本重新估计，发现从时间序列数据和预测的期权价格来说，所有的值在本质上是等同的。在费城货币期权市场的头两年内，所有 CEV 模型都显著低估了期权价格。

一般而言，CEV 模型似乎并不适合于股票指数和货币期权，对股票期权也不是特别适合。股票发行人有可能会破产，而这对于股票指数或货币持有人而言则是不可想象的。但是，即使对股票期权而言，更重要的是将资产收益的方差构建为标的资产名义价格的确定性单调函数。如果资产价格具有单位根和通常的非零漂移率，CEV 模型（$\rho\neq$1）意味着，从长期来看，方差要么接近于无穷大，要么接近于 0。“隐含二项式树”模型也存在类似的问题。因此，这种模型要求反复进行参数重校，这也意味着存在基本经济因素的误设定。

3.4. 随机波动率和 ARCH 模型

在 Bollerslev，Chou 和 Kroner（1992）总结了大量关于资产收益波动率的巨大而持续的变动的实证证据下，理论家们于 70 年代发展了随机波动率过程期权定价的数值方法。最流行的设定是令瞬时条件波动率的对数遵循 Ornstein-Uhlenbeck 过程，

$$d(\ln\sigma) = (\alpha - \beta\ln\sigma)dt + v dW_\sigma \tag{12}$$

式中对数变换要求波动率满足非负约束。Cox，Ingersoll 和 Ross（1985b）使用的平方根随机方差过程也受到了人们的关注：

$$d\sigma^2 = (\alpha - \beta\sigma^2)dt + v\sqrt{\sigma^2}\,dW_\sigma \tag{13}$$

它在 0 上存在一个反射障碍（a reflecting barrier），当$2\alpha < v^2$时可以得到。关于波动率冲击和资产及利率冲击之间的相关关系，也提出了各种假定。如果冲击是不相关的，发现前一个过程的欧式期权定价的易处理的程度提高（但不一定就合理）。相反，Heston（1993a）和 Scott（1994）提出的傅立叶倒数方法使后一个过程欧式期权定价变得容易了，即使波动率冲击与资产和利率冲击之间存在非零相关。迄今，有关正确设定或者有关发散假定是否正确的实证研究还相对较少。正如 2.1 节讨论的，用（12）或（13）风险调整形式来对期权定价时，关于波动率风险溢价的形式和大小的假定是必要的。

用离散时间数据估计随机波动率过程在两方面被证明是困难的。第一，波动率不是直接观测到的事实意味着，从属的波动率过程参数的极大似然估计需要很大的计算量才能完成，而且常常是不可能的。因而，随机波动率过程的参数估计只好或者依赖于波动率替代变量的时间序列分析，如短期样本方差，或者依赖于使用资产收益无条件分布矩的估计方法。第二，在随机波动率过程中，检验时间序列估计对期权价格的含义要求估计瞬时条件波动率的现有水平。在给定的资产收益历史信息中，识别波动率水平的*过滤*问题是困难的。Melino 和

Turnbull（1990）是为数不多的在期权定价背景下直接解决这个问题的作者。他们采用了一个扩展的卡尔曼滤子[10]。其他随机波动率模型的期权定价"检验"，要么模拟参数估计对期权价格的含义（如，Wiggins（1987）)，要么从基于参数估计的期权价格中推断瞬时条件波动率。后者混合（hybrid）和两阶段法的例子包括研究股票期权的 Scott（1987），与研究货币期权的 Chesney 和 Scott（1989）。

相对于 Black-Scholes 模型，随机波动率期权定价模型有三个相关的检验。第一，*相对于* Black-Scholes 从对数差分资产价格中得出常数波动率的假设，在估计波动率中随时间变化的变差的预测应该比期权价格（相当于隐含波动率）的预测更准确。第二，如果波动率是均值回复的，那么不同到期日期权隐含波动率的期限结构应该是向上（向下）倾斜的，只要当前的波动率低于（高于）它的长期平均水平[11]。第三，隐含在随机波动率模型中的尖峰态和可能是偏斜的资产收益分布，应该反映在不同执行价格的期权价格/隐含波动率模式中，这些不同执行价格违背对数正态分布的生成结果。

上面所提到的论文都没有进行第一种检验。这种检验用混合方法是不可能进行的，而Melino 和 Turnbull（1990）用时变的估计波动率作为随机波动率模型和一个*特定*Black-Scholes 模型（需连续地重新调整 σ_t ）的输入变量。因而，相对于那些产生于高斯分布假设（到期日 T 的方差为 $\hat{\sigma}_t^2 T$ ）的期权价格，这些论文集中于研究估计的随机波动率参数是否可以解释，有不同执行价格和到期日的期权价格的横截面模式。

Melino 和 Turnbull 发现，相对于连续地重新调整和*特定* Black-Scholes 模型，随机波动率模型确实降低了 1983 年 2 月至 1985 年 1 月预测的加拿大元期权价格的平均和均方根定价误差，尽管平均来说，波动率预测的准确性低于期权价格预测的准确性。相对于 Black-Scholes 平的期限结构的假定，大部分的改进似乎可归因于对隐含波动率期限结构的更好预测。预测的期权价格与实际期权价格之间更进一步接近是通过审慎地选择波动率风险溢价——模型中影响隐含波动率期限结构的一个自由参数来实现的，其符号和大小是否反映了对波动率风险的合理补偿尚未得到检验。

Melino 和 Turnbull（1990）运用 47 个矩条件和 Hansen（1982）的广义矩（GMM）方法一起，估计其他参数估计值严格的标准误。由于结果对矩的有限选择很敏感，因此很难从其他论文得到相同的参数估计值和期权定价预测值的置信水平。例如，Wiggins（1987）首先从样本方差的矩估计随机波动率参数，发现其结果对样本方差的选择（如 2 天、4 天、还是 8 天）非常敏感。Scott（1987）以及 Chesney 和 Scott（1989）根据资产收益的无条件二阶和四阶矩，采用恰好识别（exactly identified）的矩估计方法。Chesney 和 Scott（1989）报告的标准误显示出相当大的不精确性。此外，使用四阶矩易受模型设定误差的影响，假设存在着对标的资产价格的平尾（fat－tailed）独立冲击产生的任何无条件尖峰态的不稳定波动率属性[12]。

时变波动率的各种自回归条件异方差（ARCH）模型是为了更好地从离散时间资产价格

---

[10] Scott（1987）提出使用卡尔曼过滤法推断波动率水平—Harvey，Ruiz，和 Shepherd（1994）实行了这种方法。Kim 和 Shepherd（1993）讨论在卡尔曼滤子下，资产收益和波动率过程无法满足联合高斯假设的问题，并提出了一种修正。

[11] 一个缺点是隐含波动率大约等于预期平均*风险中性*波动率，因为波动率风险溢价可以偏离预期平均波动率。隐含波动率的其它潜在问题将在下面 4.1 节加以讨论。

[12] 正如 Bollerslev，Chou 和 Kroner（1992）中讨论的，GARCH 建模者认为，时变方差不能解释所有无条件资产收益的尖峰态。现行 GARCH 模型倾向于假设资产价格的肥尾震荡。Ho，Perraudin 和 Sørensen（1996）用 GMM 估计了有跳跃的随机波动率资产定价模型，注意到包含跳跃分量实质上影响参数估计值。

数据中估计过程及当前波动率这两个问题而设计的。这些模型将连续时间数据抽样极限和随机波动率模型相结合（Nelson（1990）），*只要*真实波动率过程遵循发散过程，这些模型就提供了基于过滤的条件方差的一致估计，即使存在误设定（Nelson（1992））。这样，ARCH 模型看起来适合于检验从时间序列数据得出的波动率是否与观测到的期权价格一致。缺点是从估计的 ARCH 过程进行期权定价是困难的。以适当的波动率风险溢价假设为条件，欧式期权可以通过经风险调整的资产价格/资产波动率过程的蒙特卡罗模拟进行定价。但是，大部分在交易所交易的期权是美式期权，而对美式期权，就不能随意使用蒙特卡罗法。

检验期权价格基于 ARCH 波动率估计的研究包括 Cao（1992）对货币期权，Myers 和 Hanson（1993）对商品期权，以及 Amin 和 Ng（1994）对股票期权的论文。这三篇论文都用基于 ARCH 的波动率估计作为一个*特定* Black-Scholes 期权定价模型和 ARCH 期权定价模型的输入变量。所以，和随机波动率论文一样，关注的焦点仍然是，ARCH 模型对波动率均值回复预测和高阶非正态性对具有不同执行价格和到期日的期权价格的拟合，是否能比高斯分布（到期日 T 且方差为 $\hat{\sigma}_t^2 T$ ）假设更好。

这三篇论文都发现基于 ARCH 的期权定价模型具有某种修正 Black-Scholes 定价误差的能力，尽管原因可能不同。Cao（1992）发现相对于具有可比较波动率的 Black-Scholes 模型，Nelson（1991）的 EGARCH 模型更好地预测了 1988 年马克期权价格，它具有更好表现的原因尚不清楚。Myers 和 Hanson（1993）估计了大豆期货的滚动回归 GARCH（1，1）/学生 t 过程。他们发现相对于 Black（1976b）的几何布朗运动模型，大豆期货期权定价预测的主要优点在于 GARCH 可以识别波动率均值回复。Amin 和 Ng（1994）考察了用一个 3 年移动窗口（包括 1987 年股市暴跌）估计的不同 ARCH 模型，可预测暴跌后 1988 年 7 月至 1989 年 12 月股票期权的价格。所有模型都过高预测了观测到的期权价格，而且具有较大的货币性和到期时间方面的偏差。但是，根据期权定价总平均绝对误差，严重负偏和尖峰态模型。如 EGARCH，在预测上优于尖峰态但本质上对称的 GARCH（1，1）模型，而 GARCH 模型又优于具有可比波动率的 Black-Scholes 模型。Amin 和 Ng 的期权定价改进明显产生于隐含在暴跌后对股票期权价格负偏斜和尖峰态分布更好的建模。

总的说来，对从时间序列数据估计得出的随机波动率和 ARCH/GARCH 期权定价模型的检验仍然处于早期阶段，还远未成熟。Engle，Kane 和 Noh（1993）的模拟期权交易博弈表明，相对于样本波动率的移动平均估计，GARCH（1，1）模型是波动率的有效估计量，但是，这是否能转化为期权价格的更优预测还没有得到直接的检验证实。同样，虽然随机波动率模型的某些校定（如 Heston（1993a））意味着随机波动率高阶矩蕴涵的冲击对期权价格没有很大的影响，但是，这些校定的时间序列的可行性还没有最后确立。实际上，Amin 和 Ng（1994）的研究提供了相反的证据，尽管他们的模型假设即 1987 年股市暴跌仅是条件正态分布的一个例外，也仍然有疑问。

对货币期权，时变波动率模型的主要可检验含义在于条件波动率是否等同于从期权价格中得出的波动率。也可以检验均值回复波动率过程的典型估计是否与隐含波动率的期限结构一致。对股票和股票指数期权，从标的资产价格的时间序列数据估计基于随机波动率的期权价格，像 1987 年 10 月 19 日极大的非正常值可能导致无法解决的问题。

3.5. 跳跃－发散过程

Merton（1976）提出，比对数正态分布更厚尾的分布可以解释极度实值期权、极度虚值期权和短期期权有以大于其 Black-Scholes 价值出售的倾向，近似两平期权和长期期权有小于其 Black-Scholes 价值出售的倾向。Merton 在可分散跳跃风险和独立对数正态分布跳跃的

假定下，以跳跃－发散过程对期权定价。Jones（1984），Naik 和 Lee（1990），以及 Bates（1991）的后续研究表明，即使在不可分散跳跃风险下，具有修正参数的 Merton 模型仍然是相关的。其他研究者提出的肥尾震荡下的期权定价模型包括：McCulloch（1987）的稳定帕累托模型，Madan 和 Seneta（1990）的方差－伽玛模型，和 Heston（1993b）的伽玛过程。

到目前为止，只有 Merton（1976）的模型被用于基于时间序列的期权定价模型检验。除了早期 Press（1967）的研究采用的累积量（cumulants）方法，大部分论文采用极大似然估计和似然函数无穷级数表示法的一个舍位。Ball 和 Torous（1985）用 1981 年 1 月 1 日至 1982 年 12 月 31 日的每日附红利收益，估计 30 支 NYSE 股票的零均值跳跃（mean－zero jumps）的跳跃－发散过程。生成理论的 Merton 和 Black-Scholes 欧式期权价格，其执行价格和到期日与 1983 年 1 月 3 日这些股票在 CBOE 和 AMEX 的美式看涨期权相匹配。他们得出结论，Merton 和 Black-Scholes 期权价格根本不能区别估计得到的参数，除了距到期日小于 1 个月的虚值一月份期权。Trautmann 和 Beinert（1994）用 1981 年－1985 年和 1986 年－1990 年的日数据，估计 14 支德国股票的高频率（0.3－2.2 跳跃/天）低振幅的跳跃，发现得出的期权价格和那些具有可比波动率的无跳跃设定得出的价格是相同的。

同样地，Jorion（1988）用 1974 年 1 月－1985 年 12 月的周数据和月数据，在有以及没有无跳跃条件波动率的 ARCH（1）设定下，估计美元/马克汇率和 CRSP 价值加权股票指数的跳跃－发散参数。他对美元/马克的估计结果是，每周 1.32 跳跃，具有平均跳跃实质上为 0，标准差 1.17％导致到期日小于 1 个月的 OTM 期权存在相当大的百分比定价偏差（相对于 Black-Scholes 值），而对离到期日较长时间期权的影响则可以忽略。Jorion 注意到，这个偏差部分地（但不是全部）与 Bodurtha 和 Courtadon（1987）报告的 1983 年－1985 年马克期权的偏差一致，但是他没有明确检验这个一致性。对 CRSP 股票指数，Jorion 估计 0.17 跳跃/周，平均跳跃为 0，标准差 3.34％。模拟再一次显示，对到期日小于 1 个月的期权具有最大定价影响，但是对离到期日时间较长的期权也有实质上的影响。他没有讨论估计得到的期权偏差是否与那些在股票指数期权中观测到的偏差一致。

从日或周数据中估计得到的跳跃－发散参数，通常发现高频率低振幅的跳跃成分仅与到期日很短的期权有关。正如 Ederington 和 Lee（1993）所讨论的那样，这些估计值似乎反映了与宏观经济或公司特定公告资料相联系的大量信息流。但是，很难确定 1－6 月期权定价异常是否也存在更为一致的低频率高振幅成分。通常使用的短数据区间（小于 10 年）很难识别出低频率跳跃，因此单个跳跃过程的参数估计自然也就产生可识别的高频率现象。一个可能的解决方法是，扩大数据集以具有两个或更多的独立跳跃过程，但是据我所知还没有论文将这种方法应用于金融数据[13]。

4. 隐含参数估计

在检验期权定价模型时，通常从基于假设模型的期权价格中推断一些或全部分布参数，而不是从标的资产价格的时间序列数据中估计参数。对隐含参数的关注反映了这样一个事实，即期权是前瞻性的资产，其价格对分布矩如未来波动率相当敏感。对期权的许多学术兴趣，反映了期权价格有提供洞察未来分布市场预期的潜在能力，而从时间序列分析中进行未来分布的推断要困难得多。

隐含参数估计的一个主要问题是没有相关的统计理论。期权定价模型是以已知确定的标的参数和分布结构为前提的，因此原则上隐含参数应该是反演（inversion）问题而不是估计

[13] 在转移密度有多重无穷求和级数表示式的情况，可以用特征函数的傅立叶反演（Fourier inversion）计算这些密度，从而很好地解决最大似然估计问题。

问题。当有 K 个参数和 N＋K 个期权价格时，就会出现明显的过度识别问题。虽然期权价格的测量误差为从不同期权价格收集信息提供了一个理由，备择假设——期权间的不一致性可能反映设定误差－－必须常常记住。包含隐含参数的检验实质上是两阶段检验：在某个总计方案（some aggregation scheme ）下从期权价格中推断信息（如隐含波动率），并看成零假设，用时间序列数据进行检验。

4. 1. 隐含波动率估计

在 Black-Scholes 框架下，单一的期权价格就足以确定隐含参数σ；见（10)。由于具有不同执行价格和到期日的同步期权价格会得出不同的σ，因此研究者提出了各种方案以将来自不同期权的信息汇集成一个单一的波动率估计。在表 1 中总结了主要的方法。大部分方法是加权的方案，赋予实值期权和虚值期权相同的权数，而赋予两平期权较大的权数。例外的是 Chiras 和 Manaster（1978)，对百分比定价误差的关注导致赋予极度虚值的看涨和看跌期权最大的权数[14]。另一个问题是在时间点（point－in－time）期权价格（如收盘价或结算价）和一定区间内合并的交易数据（如每日）之间的选择问题。由于两平看涨和看跌期权是集中交易所内最经常交易的期权，而实值期权和虚值期权的交易活跃情况也有所不同，因此使用交易数据将进一步影响相对权数。在时变波动率的条件下，可以采用相同到期日的期权构建特定到期日的隐含波动率。但是，也有部分研究将不同到期日的期权合并起来进行研究。

现有各种加权方案存在一个隐含的假设，即期权价格的测量误差是相互独立的。如果不同执行价格的“vega”$\partial O/\partial\sigma$是非常数，这就会转化为隐含波动率的严重噪声，特别是对于来自极度实值和极度虚值期权的波动率更是如此。但是，对不同执行价格和到期日的这种推测的测量误差的性质，及其对最优权数的含义，现在还没有明显的研究。例如，尽管 Whaley（1982）的方法和期权价格的同方差白噪声是一致的，但是这个基本假定还没有得到验证。对测量误差似乎可能的解释，包括买卖价差或标的资产价格的非完全同步——两者都隐含着与货币性和到期日有关的异方差期权定价误差[15]。Engle 和 Mustafa（1992）以及 Bates（1996b）提出一种非线性的广义最小二乘法，可以由数据内生地确定适当的权数。

表 1

计算加权隐含标准差可供选择的方法

模型	公式	注释
Schmalensee 和 Trippi（1978）	$\hat{\sigma}=\frac{1}{N}\sum\sigma_i$ 其中 σ_i 是从第 i 个期权价格 O_i 得出的隐含波动率。	权数相等。通常用于期权的限制集（如不包括极度虚值期权）。
Latané和 Rendleman（1976）	$\hat{\sigma}^2=\frac{\sum w_i^2\sigma_i^2}{\left(\sum w_i\right)^2}$ 其中 $w_i=\frac{\partial O_i}{\partial\sigma}\Big\vert_{\sigma_i}$	权数之和不等于 1，引起波动率的有偏估计。
修正的 Latané和 Rendleman	$\hat{\sigma}=\frac{\sum w_i\sigma_i}{\left(\sum w_i\right)},\ w_i=\frac{\partial O_i}{\partial\sigma}\Big\vert_{\sigma_i}$	赋予两平期权最大的权数，赋予实值期权和虚值期权对称的权数。

14 参见 Day 和 Lewis（1988）关于 Chiras 和 Manaster（1978）与 Whaley（1982）加权方案的比较。
15 参见 George 和 Longstaff（1993）对于具有不同执行价格和到期日期权的不规则买卖价差的证据。

Whaley（1982）	$\hat{\sigma} = \arg\min \sum \left\| O_i - O_i(\sigma) \right\|^2 \approx \frac{\sum w_i^2 \sigma_i}{\sum w_i^2}, w_i = \frac{\partial O_i}{\partial \sigma}\Big\|_{\sigma_i}$	赋予两平期权比修正的 Latané-Rendleman 更大的权数。通常用于会影响相对权数的交易数据。
Beckers（1981）	$\hat{\sigma} = \arg\min \sum w_i \left\| O_i - O_i(\sigma) \right\|^2 \approx \frac{\sum w_i^3 \sigma_i}{\sum w_i^3}, w_i = \frac{\partial O_i}{\partial \sigma}\Big\|_{\sigma_i}$	赋予两平期权比 Whaley（1982）更大的权数。
Chiras 和 Manaster（1978）	$\hat{\sigma} = \frac{\sum w_i \sigma_i}{\sum w_i} w_i = \frac{\alpha}{O_i} \frac{\partial O_i}{\partial \sigma}\Big\|_{\sigma_i}$	*弹性*加权，赋予低价的极度虚值期权最大的权数。
两平期权	$\hat{\sigma} = \sigma_{ATM}$	日愈增加的标准。基于交易活跃期权的易复制的基准。

除了期权价格或标的资产价格中的测量误差以外，从观测到的期权价格推断波动率参数时，还存在其他偏差。首先是选择代入 Black-Scholes 公式的适当的短期利率问题，是短期国库券、商业票据、还是欧洲美元的利率。大部分学者选用短期国库券利率，但是在从业者中就很少用这一利率。此外，大部分研究为某一天的所有期权进行估价的时候，使用的是相同的日利率，即使采用的是日内交易数据。Hammer（1989）进行的模拟显示，使用错误的利率对实值期权隐含波动率的影响相当小[16]。一些研究尝试用成对的期权推断出适当的利率；例如，Brenner 和 Galai（1986）以及 French 和 Martin（1987）。研究结果并不十分一致，但是暗示短期国库券的利率可能过低。

其次，每天使用一个新的利率的通常做法表明随机利率模型可能更合适。然而，从短期欧式期权价格推断波动率时，利率是随机的这一事实并不重要。如果瞬时名义国内利率遵循 Ornstein-Uhlenbeck 过程，那么 Black-Scholes 公式仍然适用：

$$c(F,T;X,r,\sigma_F) = e^{-rT}\left[FN\left(\frac{\ln(F/X) + \frac{1}{2}\sigma_F^2 T}{\sigma_F \sqrt{T}} \right) - XN\left(\frac{\ln(F/X) - \frac{1}{2}\sigma_F^2 T}{\sigma_F \sqrt{T}} \right) \right] \tag{14}$$

式中 r 是具有可比到期日 T 和 σ_F^2 的贴现债券的连续复合利率，σ_F^2 是在期权有效期间*远期*

[16] 如果真实参数是 σ ＝20%，r＝10%，错误地使用 9.7%的利率，会得出无红利支付股票的 90 天实值期权的 20.22%隐含波动率，对具有更长到期时间的期权的影响相当，而对具有不同执行价格的期权的影响有不同。这种误差大部分归因于利率误差对（10）使用的远期价格 $F = Se^{rT}$ 估计值的影响。当远期价格可以更直接地进行推断，如从期货价格中进行推断的时候，所产生的误差就会小一些。

价格的平均条件方差，是在这一利率过程下时间的一个确定性函数[17]。对其他利率过程，这个公式就不适用了（例如，Cox，Ingersoll，和 Ross（1985b）的平方根利率过程）[18]，当然对美式期权也是不适用的。然而，模型表明，使用同期可比到期日的货币市场利率的通常做法反映了随时间变动利率的主要影响。此外，利率是随机的而且可能与标的资产价格相关的事实在很大程度上可以通过这样的认识来体现，即认识到隐含在期权价格中的是*远期*价格（而非即期价格）的波动率。对离到期日小于一年的期权来说，远期价格的波动率和即期价格的波动率之间没有什么区别，但是对离到期日较长时间的期权来说两者存在较大的差异。Ramaswamy 和 Sundaresan（1985）在平方根随机利率过程下研究了*美式*期货期权的定价，结论是利率的期限结构显著影响短期美式期权的价格，但是利率是随机的事实并不影响短期美式期权的价格。

许多研究者已经指出，采用常数波动率的模型重新估计日隐含条件波动率存在内在不一致性。设定误差的影响可以用 Hull 和 White（1987）以及 Scott（1987）的研究成果加以估计，即如果波动率与资产价格是独立的，那么真实的欧式期权价格就是在期权有效期内，基于已实现平均方差的 Black-Scholes 期权价格在风险中性分布下的期望值：[19]

$$c=\int_{\overline{V}=0}^{\infty}\left(c^{BS}\left(\sqrt{\overline{V}}\right)\right)f^{*}\left(\overline{V}\right)d\overline{V}=\mathrm{E}_t^{*}\left(c^{BS}\left(\sqrt{\overline{V}}\right)\right) \qquad (15)$$

一个类似的关系适用于 Merton（1976）零均值跳跃的跳跃－发散模型。用泰勒级数展开，

$$c^{BS}\left(\hat{\sigma}\right)=c\approx c^{BS}\left(\sqrt{\mathrm{E}_t^{*}\overline{V}}\right)+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 c^{BS}}{\left(\partial\sigma^2\right)^2}\Big|_{\sigma^2=\mathrm{E}_t^{*}\overline{V}}\mathrm{Var}_t^{*}\left(\overline{V}\right) \qquad (16)$$

这表明，如果 Black-Scholes 公式在σ^2上是显著凸的（凹的），用 Black-Scholes 公式推断的隐含方差$\hat{\sigma}^2$，相对于风险中性期望平均方差是向上（向下）偏倚的。对两平期权而言，二阶泰勒逼近[20]$c^{BS}\approx e^{-rT}F\sigma\sqrt{T/2\pi}$可以和（16）联合使用，以进一步阐明隐含方差和风险中性期望平均方差之间的关系:

$$\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{ATM}^2}{\mathrm{E}_t^{*}\overline{V}}}\approx 1-\frac{1}{8}\frac{\mathrm{Var}_t^{*}\left(\overline{V}\right)}{\left[\mathrm{E}_t^{*}\left(\overline{V}\right)\right]^2} \qquad (17)$$

这里有三个需要注意的地方。第一，如果存在波动率风险溢价，则在风险中性测度下的期望平均方差将不同于实际的期望平均方差。第二，如果这些资产的价格和波动率冲击之间存在强的负相关，则（15）对股票和股票指数期权是不适用的。等式（15）对 Merton 非零均值跳跃的跳跃－发散模型——另一个有偏分布也是不适用的。因此，当实际分布是严重有

[17] 生成这种形式的期权价格的随机利率和债券价格模型存在于 Merton（1973），Grabbe（1983），Rabinovitch（1989），Hilliard，Madura，和 Tucker（1991），以及 Amin 和 Jarrow（1991）的论文中。对外币期权，必须假设外国利率或者外国债券价格具有可比分布。

[18] Scott（1994）提出的股票期权定价公式适用于 Cox 等（1985b）的情况。

[19] 注意（15）是在平均方差（——不是平均波动率）之上的期望是很重要的。对这两者的混淆使得一些人错误地得出这样的结论，即两平期权的隐含波动率应该是未来波动率的无偏估计。

[20] 对两平期权而言，F＝X 而（10）可以写成$c^{BS}=e^{-rT}F\left[2N\left(\frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}\right)-1\right]$。在 0 附近用二阶泰勒级数展开$N(*)$得到这一逼近。

偏分布时，以对数正态性为前提的隐含波动率的可靠性还没有得到证明。第三，（15）－（17）只适用于欧式期权。

然而，在通常考虑的其他分布假设下，两平期权的隐含波动率似乎是未来波动率相对稳健的估计，虽然它的确可能错误地确定参数值。从隐含波动率时间序列特征得出的波动率估计显示，对 1－12 月两平期权来说，隐含波动率的 Jensen 不等式偏差通常小于 0.5%。实际和“风险中性”期望平均方差之间的差异是未知的，因而不可能是短期期权的主要影响因素。最后，Bates（1991，1996a）在适度偏倚的跳跃－发散过程下得到的隐含参数估计值与用 Black-Scholes 美式期权公式推断得出的隐含波动率之间的差别几乎总是小于 1%。

4. 2. 隐含波动率的时间序列特征

隐含波动率的时间序列特征已经引起了大量的研究兴趣。第一，既然隐含波动率是期权价格的直接代表（Proxy），这种分析将提供对期权价格随机演变直接且易于解释的认识。第二，如果隐含波动率是标的资产价格期望波动率好的代表，那么可以更进一步了解波动率过程。例如，Poterba 和 Summers（1986）用隐含波动率的动态状况估计股票价格对波动率冲击应有多大的反应。

关于隐含波动率的时间序列分析，出现了几个程序上的问题。第一，从理想状态来说，波动率应该用随机波动率期权定价模型加以推断，这个随机波动率期权定价模型是与隐含波动率的时间序列模拟的模型相一致的[21]。但是，正如前面所讨论的，隐含方差作为期望平均方差的量度似乎对期权定价模型的设定误差来说是相对稳健的。因此，检验 Black-Scholes 模型下推断得到的波动率就是波动率动态状况的一个合理且有信息含量的最初诊断检验。

第二个问题是在交易所内期权的季度到期循环。随着期权逐渐接近到期日，隐含波动率的平均到期时间稳定地减少，引进一个新的期权合约后就产生一个跳跃的增加。大部分论文意识到这个问题；但不是所有的论文都对此进行了处理。如果为方差指定一个线性过程，例如在上面（13）中 AR（1），由交易所内期权价格推断出的（近似）期望平均方差估计瞬时条件方差的 ARMA 过程，在某种程度上更直接；参阅，如，Taylor 和 Xu（1994）[22]。其他的波动率过程更加复杂，而且涉及了作者在确定瞬时条件波动率的动态状况时没有认识到的进一步近似法[23]。

对隐含波动率的时间序列分析的结论惊人地一致，尽管这些研究在数据构建上存在不同。大部分研究认为，来自股票期权、股票指数期权和货币期权的隐含波动率是显著序列相关的，且遵循平稳、均值回复过程。大多数研究的结论认为，一个简约的 AR（1）设定可以很好地捕捉时间序列的特征，通常波动率冲击的半衰期为 1－3 个月。例子包括 Schmalensee 和 Trippi（1978），Merville 和 Pieptea（1989），Sheikh（1993）关于股票期权的论文；Poterba 和 Summers（1986），Stein（1989），Harvey 和 Whaley（1992b），Diz 和 Finucane

[21]当然 “一致” 并不意味着相同。因为存在波动率风险溢价，这两个过程可以是不同的。

[22] 对于（13），期望平均方差 $E_t\overline{V}$ 和瞬时条件方差 V_t 之间存在一个参数——依赖的线性映射：

$$E_t\overline{V} = \frac{\alpha}{\beta}\left[1 - w(T-t)\right] + w(T-t)V_t$$

其中 $w(T-t) = \left[1 - e^{-\beta(T-t)}\right]/\left(\beta(T-t)\right)$，而 $T-t$ 是时间 t 期权的到期时间。给出 $E_t\overline{V}$ 数据，这可以用于估计 V_t 过程的参数 α 和 β 。当然这一过程确实包含了假设 $\hat{\sigma}_t^2 \approx E_t^*\overline{V} \approx E_t\overline{V}$ 。基于（17）的偏差修正可以改进一阶近似值。

[23] 例如，Stein（1989）用线性波动率过程，并假设期望平均波动率等于来自两平期权价格的隐含波动率。这一假设反映了标准差和方差之间的混淆，但是仍然可能是一个合理的近似值。上面的（15）－（17）显示了隐含和期望平均方差之间的关系。

（1993）关于 S&P100 指数期权的论文；以及 Taylor 和 Xu（1994），Campa 和 Chang（1995），Jorion（1995），Bates（1996b）关于货币期权的论文。

Merville 和 Pieptea（1989）对于股票隐含波动率的混合均值回复发散加上白噪声提出自己的看法，即噪声可能是出于其使用了收盘价格数据。Schmalensee 和 Trippi（1978）以及 Sheikh（1993）发现股票收益和股票隐含波动率之间存在显著负相关，性质上类似于通常观测到的收益和*实际*波动率之间的“杠杆效应”负相关。Franks 和 Schwartz（1991）发现英国 FTSE100 股票指数期权中的隐含波动率有类似的结果。Taylor 和 Xu（1994）提出货币性隐含方差 AR（1）设定中的长期非平稳性的实证证据。

4. 3. 隐含波动率作为未来波动率的预测

从期权价格推断出的波动率的信息含量通常用已实现波动率的某些量度对隐含波动率回归进行检验。这里存在三个问题。第一，隐含波动率是否可以包含有关未来波动率的*信息*？这通常通过考察斜率系数的统计显著性来检验。第二，隐含波动率是否是未来波动率的*无偏*预测，这需要检验零截距和单式（unitary）斜率。第三，存在隐含波动率是否是*信息有效*（informationly effect）预测的问题；即隐含波动率是否包括了所有有关未来波动率的可得信息。这可以在多元“包容（encompassing）回归”框架中增加附加信息（如历史波动率）并检验附加变量的统计显著性。

股票期权隐含波动率的预测功效的早期研究通常是横截面的研究。最早的例子可能是 Black 和 Scholes（1972）的发现，即期权有效期内*事后*（ex post）样本波动率比*事前*（ex ante）历史波动率能更好地期权价格的横截面离差。Latané和 Rendleman（1976）同样发现，与从前 4 年的样本中估计得到的历史波动率相比，从 1973 年－1974 年 CBOE24 支股票看涨期权估计得到的（有偏）隐含波动率与同时及之后实现的股票波动率具有更强的横截面相关关系。Chiras 和 Manaster（1978）认为，他们的加权隐含标准差（WISD）度量的横截面信息含量在 1973 年 6 月至 1975 年 4 月（CBOE 期权市场初创的几年）期间增加了，因为后 14 个月的 20 天波动率预测比前 9 个月具有更高的 R^2。而且，后 14 个月的 20 天历史波动率没有为 WISD 波动率预测提供具有统计显著性的附加信息。然而，WISD 是横截面股票波动率的有偏预测，月斜率系数在 0.29 至 0.83 的范围内变化。Beckers（1981）考察各种隐含标准差方法（两平期权，修正的 Latané和 Rendleman，他自己的方法），且基本上都使用 1975 年 10 月 13 日至 1976 年 1 月 23 日 62－115 支 CBOE 股票期权的日收盘价数据。他得出结论，两平期权隐含波动率至少和其他方法一样好，而且所有的隐含波动率方法对横截面股票波动率的预测都胜过季度历史估计。但是，他也注意到隐含波动率是有偏的且不是信息有效的，因为历史波动率提供了额外的信息。

后来对隐含波动率的检验采用时间序列方法，用已实现波动率对隐含波动率回归。通常，已实现波动率用期权有效期内或者某一固定未来期（如 1 周）的样本波动率来计算。前一种方法和隐含波动率的到期时间更为一致，但是由于期权到期时间为 1－6 个月，往往会导致观测值的重叠。此外，如 Fleming（1994）讨论的，标准 Hansen-Hodrick（1980）GMM 修正对重叠固定期间预测误差中的移动平均分量是不适当的，因为随着期权越来越接近到期日，期权离到期日的时间也将随之缩短[24]。采用较短时间间隔的固定期间波动率可以得到非重叠观测值，这就可以使用标准普通最小二乘回归。它的缺点是已实现波动率和隐含波动率之间到期时间的不匹配，可能会影响结果。

[24] Fleming 提出了一个修正 GMM 估计量以解决这个问题。

Lamoureux 和 Lastrapes（1993）考察了 1982 年 4 月 19 日至 1984 年 3 月 31 日 10 支无红利支付股票的 CBOE 看涨期权的隐含波动率，并将 1 天和期权有效期波动率预测与从 GARCH 波动率及历史波动率得到的估计进行比较。他们得出结论，隐含波动率是有偏的但有信息含量，历史波动率为波动率预测提供附加信息。

Canina 和 Figlewski（1993）考察了从 1983 年 3 月至 1987 年 3 月 S&P100 指数看涨期权收盘价估计的隐含波动率来预测期权有效期内未来已实现波动率的能力。令人吃惊的是，他们发现各种*不同货币*和到期日期权的隐含波动率对于预测未来 S&P100 指数波动率几乎毫无价值。虽然来自噪声收盘数据的隐含波动率无疑受到变量误差问题的影响，使得斜率系数向 0 偏倚。但 Jorion（1995）的模拟指出这一影响并没有大到足以解释 Canina 和 Figlewski 结论的程度。相反，Day 和 Lewis（1992）发现在 1983 年 11 月至 1989 年 12 月的 319 周之中（包括 1987 年和 1989 年的股市暴跌）S&P100 隐含波动率对随后一*周*波动率的预测的确可以提供信息含量且接近于无偏。然而，Day 和 Lewis 也得出结论，即 GARCH 和 EGARCH 波动率估计包含了隐含波动率没有捕捉的附加信息。Fleming（1994）采用 1985 年 10 月至 1992 年 4 月（1987 年股市暴跌时期除外）的日交易数据用*一阶差分*的已实现波动率（期权整个有效期以及 28 天）对一阶差分的隐含波动率进行回归。他的结论是，隐含波动率是未来波动率一个有偏但是有信息含量的预测，而且相对于其他变量如 28 天历史波动率，隐含波动率是信息有效的。由于样本期、方法和数据构建的不同，很难调和这三篇论文的结论。或许合适的结论是，非常活跃的 S&P100 期权市场在早期是无效的，但是随时间的推移不断完善。

Scott（1992），Jorion（1995），和 Bates（1996a）研究了外币期权。Scott（1992）采用非重叠数据，考察了 1983 年至 1989 年以隐含波动率减去季度内历史波动率作为一个变量，预测未来季度内波动率的变化。他的结论是英镑、德国马克和瑞士法郎的隐含波动率具有信息含量，且接近于是未来波动率的无偏预测，但是日元的隐含波动率没有信息含量。Bates（1996a）考察从 1984 年－1992 年的德国马克期货期权和 1986 年－1992 年的日元期货期权得出的周波动率预测也得到了类似的结论。Jorion（1995）考察了 1985 年 1 月至 1992 年 2 月的德国马克、日元和瑞士法郎期货期权。他发现，隐含波动率几乎是第二天绝对收益率的无偏预测，但是期权整个有效期内波动率的正有偏预测。在两种情况下，20 天历史波动率和基于 GARCH 的波动率估计均未提供附加信息。

因此，几乎所有的研究都发现，隐含波动率包含了有关未来波动率的信息。隐含波动率的波动率预测对股票期权、股票指数期权和日元期权似乎是有偏的，但是对其它货币期权接近于是无偏的。在某些情况下，波动率的其他信息来源可用于改进偏倚调整后的隐含波动率预测，这取决于证券和时期。

隐含波动率为什么会是实际波动率的有偏预测，有这样几种可能的解释。正如前面 4.1 节指出的，由于许多原因，隐含方差可能潜在地偏离风险中性期望平均方差，而存在明显大的波动率风险溢价时风险中性和实际期望平均方差也大不相同。另一种可能的解释是，期权可能被错误定价。Fleming（1994）以及 Engle，Kane，和 Noh（1994），通过考察从 S&P100 指数的对交易波动率敏感的马鞍式组合（1 看涨期权＋1 个看跌期权）中获得的利润对后一种解释进行研究。Fleming 指出，相当大的利润在考虑交易成本以后就消失了。Engle，Kane，和 Noh 运用基于 GARCH 的马鞍式组合交易策略，发现扣除交易成本后存在相当大的利润。两个研究都包含了股市暴跌后时期；考虑到暴跌带来的创伤，这可能并不具有典型意义。

4.4. 隐含波动率模式：其他分布假设的证据

Black-Scholes 的几何布朗运动假设隐含，不管执行价格和到期时间，所有期权都取决于

单一参数σ。为了评价哪个分布假设与观测到的期权价格更为一致，通常使用不同方法考察 Black-Scholes 模型的横截面定价误差。方法之一是从两平期权或混合期权中计算出单一的日隐含波动率，然后以这个隐含波动率为所有期权定价，描述得到的期权定价残差如何依货币和到期时间不同而变化。另一种方法是 Rubinstein（1985）提出的，首先计算特定期权的隐含标准差（ISD），然后谨慎地运用同步的成对期权交易数据来确定不同执行价格和到期时间期权隐含波动率的典型模式。由于隐含波动率是期权价格的单调递增函数，这两种方法实质上是等价的。二者在平均定价误差与中值 ISD 模式上的差别使得有必要进行不同的统计显著性检验。

欧式看涨或看跌期权价格对执行价格的一阶导数与相关联的风险中性尾部概率成比例，而二阶导数与概率密度成比例。因而，*相对于*对数正态分布的基准假设，不同执行价格（*货币性偏差*）的残差模式或隐含波动率的模式为欧式期权的风险中性密度及分布的形状提供了直接的证据。对称尖峰态分布意味着，虚值看涨和看跌期权（在尾部实现时执行）比对数正态分布的预测更有价值，这样，不同执行价格的隐含波动率形成一个对称 U 型模型或“波动率微笑”。偏度“倾向于”ISD 模式，因为，*相对于*对应的 OTM 看跌/ITM 看涨期权的价值和隐含波动率，正（负）偏度通常增加（减少）OTM 看涨/ITM 看跌期权的价值和隐含波动率[25]。提前执行溢价和美式期权二者结合将使分析复杂化，特别是如果隐含波动率由欧式期权定价模型错误地计算得到。

ISD 不同到期时间的比较主要表明隐含波动率的期限结构是否典型地向上或向下倾斜，这意味着不同的期权到期时间的期望平均方差存在等价模式。波动率均值回复的典型估计值意味着，在一个典型的 1 年至 3 年的数据间隔内，任一或两个模式可以重复出现[26]。因此，虽然瞬时的到期时间偏差引人注意，但由较长时间间隔聚集的数据得出的 ISD 中值到期时间模式似乎并不具有信息含量。

执行价格/到期时间的交叉影响可能更引人注意。根据中心极限定理，对于依赖于标的资产价格的独立肥尾有限方差冲击的尖峰态模型，如 Merton（1976）的模型，隐含偏度/尖峰态大小与期权到期时间之间存在*反比*关系。相反，标准的随机波动率模型是瞬时对数正态的，意味着偏度和尖峰态大小最初随着期权到期时间的增加而增加。因此，*给定*执行价格的间隔根据不同期间的适当标准差进行调整，随着到期时间的增加，两个模型可供选择地预测短期期权的减少/增加的显著执行价格模式。对年波动率的固定期限结构，这意味着随到期时间平方根的增加而增加执行价格间隔。如果期限结构不是平行的，就需要进行进一步的调整。如果没有这些调整，就很难区别这些可供选择的分布假设和货币性/到期时间交叉影响。

最后，同时考察看涨和看跌两种期权的研究对两种期权的隐含波动率进行了比较，发现两者之间有显著的不同。例如 Whaley（1986）对 1983 年 S&P500 期货期权的研究。没有显而易见的理论解释为什么二者会有差异，因为看涨和看跌期权之间的平价关系意味着具有相同货币性和到期时间的欧式看涨和看跌期权也应该具有相同的隐含波动率。Whaley 的结果可能是由于看跌期权比看涨期权具有更低的平均执行价格这样一个事实[27]，所以看涨和看跌期权的比较就出现了 Whaley（1986）也提到的货币性偏差。Bates（1991）发现，1985 年至 1987 年 S&P500 期货的两平看涨和看跌期权价格之间没有什么不同，意味着存在相似的隐

[25] Hull（1993，pp.436－438）讨论了偏度和尖峰态对期权价格和 Black-Scholes 期权定价残差的影响。也可以参见 Bates（1991，1994）关于有偏分布对 OTM 看涨和看跌期权相对价格的影响，以及 Shastri 和 Wethyavivorn（1987）在其他分布假设下对隐含波动率模型的一些说明。

[26] Taylor 和 Xu（1994）发现，外币期权隐含波动率的期限结构在 1985 年至 1989 年间每隔几月就变化倾斜方向。

[27] 参见 Whaley（1986）的表 II。平均执行价格是相关的，因为 Whaley 的隐含标准差度量是按交易加权的。

含波动率。

可供选择的非参数和参数方法同样可以用于考察哪一个分布假设与观测到的期权价格更为一致。Bates（1991，1994）指出，可比的虚值看涨和看跌期权价格之间的“偏度溢价”，或百分比离差是识别哪个分布与隐含在期权价格中的偏度相一致的一个有用指标。直观上，因为 OTM 看涨和看跌期权分别只在上尾和下尾实现时才会被执行，所以 OTM 看涨和看跌期权的相对价格就是尾部不对称的一个直接标志。基于隐含标准差的一个相关度量出现在 Gemmill（1991）的论文中。多元参数分布（对数正态分布是它的一个特例）已经被用于拟合每日期权价格；例子包括 MacBeth 和 Merville（1980）以及 Emmanuel 和 MacBeth（1982）运用的常数弹性方差模型；Borensztein 和 Dooley（1987）运用的纯跳跃模型；Bates（1991，1996a）运用的跳跃－发散模型。最后，Dupire（1994），Derman 和 Kani（1994），以及 Rubinstein（1994）已提出用“隐含二项树”（implied binomial tree）方法估计隐含分布，这可以看成是常数弹性方差模型的一个一般化模型。

瞬时到期时间效应显然拒绝了最初 Black-Scholes 模型关于隐含波动率固定期限结构的假设。此外，两平期权隐含波动率的期限结构通常意味着波动率的均值回复过程：当短期隐含波动率较低时向上倾斜，当短期波动率较高时刚好相反。参阅 Taylor 和 Xu（1994）关于货币期权的证据，及 Stein（1989）关于 S&P100 指数期权的证据。

股票期权的期权定价残差、隐含波动率模式和隐含参数估计值显示，没有单一的可供选择的分布假设可以消除 Black-Scholes 模型的执行价格偏差。随着时间推移，这个偏差的符号会改变，意味着*相对于* Black-Scholes 的轻微正偏的对数正态分布，隐含偏度是变化的。例如，Rubinstein（1985）对 1976 年 8 月－1977 年 10 月 30 支股票期权、MacBeth 和 Merville（1980）以及 Emmanuel 和 MacBeth（1982）对 1976 年 6 支股票期权、Chen 和 Welsh（1993）对 1979 年第四季度、Culumovic 和 Welsh（1994）对 1987 年 10 月 19 日股市暴跌之后六个季度的股票期权的研究都发现了支持这样的分布的证据，即相对于对数正态分布较小正偏程度的分布，或可能负偏的分布。相反，Rubinstein（1985）对 1977 年 10 月－1978 年 8 月、Emmanuel 和 MacBeth（1982）对 1978 年大部分时间、Chen 和 Welsh（1993）对 1978 年和 1979 年大部分时间、Karolyi（1993）对 1984 年－1985 年 74 支股票期权、Culumovic 和 Welsh（1994）对 1989 年后三个季度的研究则发现了支持相对于对数正态分布，较大正偏程度的分布的证据。尽管大部分股票具有同时显示相似货币性模式的倾向[28]，Culumovic 和 Welsh 发现在 1987 年－1989 年情况并非完全如此。

股票指数期权同样表明随着时间推移货币性偏差也在变化。Whaley（1986）证明了，在 1983 年（交易的第一年），S&P500 期货期权的残差，与相对于对数正态分布更负偏的分布相一致。Sheikh（1991）观察了 1983 年－1985 年 S&P100 指数期权的 ISD 模式，发现在 1983 年－1984 年是相对负偏度分布，而在 1985 年是混合偏度的尖峰态分布。Bates（1991）发现 1985 年－1987 年 S&P500 期货期权的隐含偏度有很大的变化：在 1985 年为正偏，在 1986 年的大部分时间大致对称，在 1986 年末、1987 年初和年中以及 1987 年 10 月股市暴跌后为负偏，Bates（1994）发现，从 1987 年 10 月 20 日至 1993 年 12 月 31 日整个暴跌后时期，S&P500 期货期权的具有持续、明显负偏的隐含偏度。对 Culumovic 和 Welsh（1994）与 Bates（1994）进行比较可以发现，股票指数期权的货币性偏差偶尔会与同期观测到的大部分股票期权的货币性偏差符号相反。

外币期权定价偏差可以大致分为两个时期：外币期权和外币期货期权首次引入集中化的

[28] 参见，例如，Emmanuel 和 MacBeth（1982）特定股票 CEV 参数估计中的联合运动。CEV 参数和隐含偏度直接相关。

交易所、而且美元很坚挺的 1983 年－1987 年时期，和随后的 1988 年－1992 年时期。货币期权市场最初几年的表现特征大的正（外币）隐含偏度和尖峰态。Bodurtha 和 Courtadon（1987）发现，1983 年－1985 年五种外币期权的期权定价残差，与相对于对数正态分布更大的正偏度的分布相一致。Borensztein 和 Dooley 用同样的数据估计纯跳跃参数，得到大的正隐含偏度[29]，与 Bates（1996b）采用随机波动率和随机波动率/跳跃－发散模型对汇合的 1984 年－1985 年和 1986 年－1987 年德国马克期权的隐含参数估计一样。例外情况是用 1983 年收盘数据的 Adams 和 Wyatt（1987），及用 1983 年－1984 年交易数据的 Shastri 和 Tandon（1987）。这些论文将货币期权定价残差对货币性和到期时间进行回归，几乎没有发现明确的货币性和到期时间效应。在偏度和尖峰态同时出现，且给定残差内在非线性性的条件下，基于回归的定价偏差的概括可能过于粗糙。

Hsieh 和 Manas-Anton（1988）发现，1984 年德国马克期货期权的隐含波动率模型大致与一个尖峰态、正偏度的分布一致。Bates（1996a）发现 1984 年－1987 年德国马克期货期权具有大的、正隐含偏度，特别是在 1984 年和 1985 年初的美元升值时期。

1987 年－1992 年间的主要特点是隐含在货币期权中的一个尖峰态但大致对称的分布。Ben Khelifa（1991）发现，“波动率微笑”可以在 1984 年－1989 年五种货币期权中观测到。Cao（1992）发现 1988 年德国马克期权有类似的结果。Bates（1996b）采用随机波动率/跳跃－发散模型对 1988 年－1989 年及 1990 年－1991 年混合德国马克期权数据的隐含参数估计显示大体上一个尖峰态、对称的分布。Bates（1996a）对 1986 年－1992 年德国马克和日元期货期权的日隐含参数进行估计，发现震荡偏度的幅度小于 1984 年－1985 年的水平。这一震荡是典型的但在两种货币期权之间并非总是同步的，而且与看涨期权相对于看跌期权交易的活跃情况有很大的关系。

从股票期权、股票指数期权和货币期权中观测到的隐含偏度符号的历史波动，意味着在拟合期权价格方面，目前可供选择的分布假设中没有一个可以始终如一地胜过 Black-Scholes。现有模型总是要么大于、要么小于对数正态分布的偏度。我们需要时变偏度模型，以补充现有的时变波动率模型。

此外，许多现有的可供选择的模型和对数正态分布并没有实质上的差别。因而，尽管 Rubinstein（1985）和 Sheikh（1991）认为，波动率模型有时与股票的“杠杆”模型一致。Bates（1991，1994）指出杠杆模型意味着未来股票价格分布位于正态分布和对数正态分布之间——相对于通常观测到的隐含偏度的值，这是一个很小的范围。MacBeth 和 Merville（1980）以及 Emmanuel 和 MacBeth（1982）在估计中也浮现出一个相似的论点，即方差参数的常数弹性估计落在 $0 \le \rho \le 1$ 杠杆范围之外。隐含偏度不仅是随时间变化的，而且相对于许多标准模型而言可能相当大。

5. 其他分布假设下的隐含参数检验

将 Black-Scholes 期权定价偏差解释为偏度和/或尖峰态分布的证据，是基于这样一个前提，即期权价格可以代表标的风险中性分布。另一个假设是期权错误定价，或者因为市场摩擦，或者可能因为数据问题。例如，像 2.3 节讨论的那样，通常可以观测到期权价格违反了内在价值下限——可能由于期权和资产价格数据之间的同步误差。Canina 和 Figlewski（1993）指出，剔除违反情况的通常做法会造成单边数据审查（censoring），导致实值期权的平均价

[29] 由于 Borenszein 和 Dooley 限制跳跃大小为正，负偏度就被排除了。不过，通过高频率低振幅跳跃分量的概率观测等价于几何布朗运动，模型确实允许隐含偏度任意接近于 0。

格向上偏倚。

如果期权是正确定价的，那么任何隐含在期权价格中的非正态性，都应被反映在标的时间序列中——根据风险中性和实际分布可能总是不同。然而，对在可供选择的分布假设下推断的隐含分布的信息含量的检验相对较少。大部分隐含参数估计在本质上是描述性的：考察哪个参数对期权价格的拟合度更高。与标的资产价格的时间序列性质相比，这些隐含参数是否合理则较少得到彻底的检验。

部分原因是，在可供选择的分布假设下从美式期权中推断参数通常需要很大的计算量。随机波动率模型包括一个附加的状态变量，大大增加了有限差分方法的成本。跳跃－发散的有限差分方法同样有较高成本，尽管 Bates（1991）提出了跳跃－发散过程中美式期权快速定价的一个好的近似方法。虽然 Nelson 和 Ramaswamy（1990）提出的变量变换大大地简化了 CEV 过程下的美式期权估价，但这一变换却只能用于有限、没有意义的参数范围 $0 \le \rho \le 2$（Bates（1991））。一个经常使用的方法是在某些情形下，美式期权的价格可以很好地由欧式期权的价格近似确定。

此外，与几何布朗运动模型估计唯一波动率参数不同，更多的隐含参数需要从期权价格中估计出来。这可以使用非线性多参数方法，如二次登山法（quadratic hill-climbing），但是这需要更多的期权估价。这些更为一般的模型并不能保证得到隐含参数的全局（Globally）最优估计[30]。

下面，我们讨论各种可供选择分布的基于隐含参数检验的现有有限的研究，重点在于这些设定的可检验预测。

5. 1. 常数弹性方差过程

常数弹性方差（CEV）模型，作为标的资产价格的函数，预测资产收益波动率和 Black-Scholes 隐含波动率都应随时间确定性地变化。然而，最早 MacBeth 和 Merville（1980）隐含 CEV 参数估计本质上是描述货币性偏差的，后来的论文在一定程度上已经检验了上面的命题。Emmanuel 和 MacBeth（1982）发现，日隐含 CEV 参数在 1976 年至 1978 年间是变化的，1976 年 6 支股票期权的隐含分布，有相对于对数正态分布较小的正偏的分布，且有时是负偏的分布，1978 年 4 月－11 月 6 支股票期权中的 4 支相对于对数正态分布有较大的正偏的分布。由于 1976 年和 1978 年股票收益波动率新生与股票收益率是负相关的，只有 1976 年期权定价模式在性质上与观测到的价格/波动率相互关系一致。此外，Emmanuel 和 MacBeth 发现，以股票价格的月份变化*为条件*，CEV 模型几乎不能比 Black-Scholes 模型更好地拟合下月的期权价格，尽管 1976 年的结果好于 1978 年的结果。但是，在预测第二天的期权价格时，CEV 模型要优于 Black-Scholes 模型——这可能是由于 CEV 模型“解释了”Black-Scholes 货币性偏差中的序列相关。

Peterson，Scott，和 Tucker（1988）估计了隐含在外币期权（5 种货币，4 种合约，1983 年 9 月－1984 年 6 月）合约初始期（inception）中的 CEV 参数，普遍发现隐含外币分布比对数正态分布更正偏（$\rho>1$）。他们对未来期权价格预测功效的检验实质上表明，CEV 模型捕捉的货币性偏差在 1－3 天范围内是持续的，但是当汇率变化时隐含波动率的预测的变化却无法识别。Scott 和 Tucker（1989）发现，在 1983 年－1987 年预测实际货币波动率时，基于 CEV 的隐含波动率与 Black-Scholes 大致一样，尽管汇率变动相当大。

[30]Bates（1991，1996a）从日股票指数和货币期货期权中推断 4 跳跃－扩散参数时，经常发现多个局部最优均衡。

5.2.随机波动率过程

首先表明看来，似乎不可能在现有检验（即对*特定* Black-Scholes 模型得出的隐含波动率是否是未来波动率的无偏和信息有效预测的检验）之外，实质上改进随机波动率模型对资产收益率的分布预测。虽然原则上采用随机波动率模型推断的波动率比两平 Black-Scholes 隐含波动率的偏差小，但是对于波动率的波动率标准估计值，偏差似乎较小。其次，计算期权有效期内样本方差的*特定*方法，有效地捕捉随机波动率模型可以预测的任何波动率变化。最后，虽然随机波动率模型可以预测条件和非条件尖峰态分布，但相对于样本尖峰态，这一预测幅度偏小。但是，随机波动率模型中还有两个可检验的分布预测。第一，相对于 Black-Scholes 模型常数波动率的假设，随机波动率模型通常预测波动率*变化*。对其进行检验要求期权和时间序列之间的到期时间*不匹配*；如，当隐含波动率的期限结构是向上倾斜（反向）的时候，检验其后的日或周资产收益波动率是否倾向于增加（减少）。第二，随机波动率模型将隐含在期权价格中的任何偏度都归因于波动率与资产收益率冲击之间相应的相关关系。正象 CEV 模型，预测的相关关系事实上是否可以观测是可以检验的。

随机波动率模型包含许多*隐含*波动率时间序列特征——或者等价地，期权价格的随机变化的可检验预测。第一，由于随机波动率期权定价模型是以直接波动率过程为前提的，从期权价格中推断出来的波动率的时间序列特征是否与假设过程相一致可以进行检验[31]。最重要的问题可能是，隐含波动率是否确实遵循单因素均值回复 AR（1）设定，这一设定是波动率变换的一个通常假定。波动率的波动率问题以及隐含波动率是否遵循发散过程同样可以进行检验。

Stein（1989）指出，1983 年 12 月至 1987 年 9 月 S&P100 观测到的隐含波动率平均期限结构与隐含波动率的时间序列特征*不一致*。Stein 的论证基于两个检验。第一，隐含在期限结构中的波动率冲击的平均半衰期为 17.9 周，在统计上显著大于从隐含波动率的时间序列特征中估计得到的 5.4 周半衰期。Stein 将这一差异描述为长到期时间（Long－maturity）期权对短到期时间（short－maturity）波动率冲击的“过度反应”。第二，Stein 检验并拒绝了预期假设，即从 1 个月和 2 个月期权中推断得到的下 1 个月隐含波动率的现时预测是无偏和信息有效的。前一个检验很大程度上依赖 Stein 对波动率的 AR（1）设定；后一个检验则较少依赖这个设定。Stein 的结果遭到 Diz 和 Finucane（1993）的质疑，他们对 1985 年 12 月—1988 年 11 月的两个检验都没有发现任何过度反应的证据——甚至以 1985 年－1987 年期间与 Stein 数据重叠的数据样本进行检验也没有发现过度反应的证据[32]。Diz 和 Finucane 将结果的不同归因于他们使用更干净的日内数据。略去 S&P100 指数期权市场最初几年的数据可能也有影响。

对外币期权的隐含波动率期限结构的分析发现，其性质与隐含波动率时间序列的特征相一致的。Taylor 和 Xu（1994）发现，从 1985 年－1989 年期限结构和时间序列估计二者得到的外币波动率冲击的典型半衰期大约是 1 个月。Bates（1996b）发现，1986 年－1987 年、1988 年－1989 年、1990 年－1991 年从德国马克期权的期限结构得到的合理半衰期为 1－3 个月。最初的 1985 年－1985 年时期的半衰期为 12－24 个月，与观测到的波动率均值回复非常不一致。Campa 和 Chang（1995）采用 1989 年 12 月至 1992 年 3 月银行间外币期权市场的波动率报价检验预期假设，但没能拒绝该假设。

Bates（1996b）还发现，在随机波动率模型下，从德国马克期权价格推断出的波动率的

---

[31] 一个类似问题，关于利率的时间序列性质和假设的债券定价模型之间的协调性是债券定价文献中的中心问题。

[32] Diz 和 Finucane 在他们的论文中仅报告了基于 AR（1）的检验。他们也检验预期假设（私有信息），但未能拒绝。

波动率显著异于隐含波动率的波动率。要产生与货币期权“波动率微笑”大小相一致的隐含尖峰态，需要不合理的高波动率的波动率值。在这样的数值下，隐含波动率就可以在 0 以外重复反射并达到很大的值；但是这两者都没有观测到。这意味着，要么隐含尖峰态是由于肥尾汇率冲击造成的，要么期权是错误定价的。进一步地，这还意味着，在波动率的波动率取“合理”值的条件下，可变波动率赋予 Black-Scholes 隐含波动率很小的偏差。

5.3. 跳跃过程

大部分估计隐含于期权价格中的跳跃过程的论文都是描述性的。虽然跳跃过程在性质上似乎与资产收益率分布的许多特征相一致（如尖峰态在日和周频率比月或季度更显著），却很少进行以下检验，即检验用跳跃模型从期权价格中推断出来的分布是否与实际观测到的资产收益率相一致。例如，Borensztein 和 Dooley（1987）证明 1983 年－1985 年一个相当正偏的纯跳跃模型，比 Black-Scholes 模型能更好地拟合外币期权价格，但是他们没有用汇率数据检验模型的合理性。Bates（1991）采用从 1985 年－1987 年 S&P500 每日期货期权中推断出来的跳跃－发散参数，测量投资者在 1987 年股市暴跌前对未来暴跌的担心程度。尽管在一些时期跳跃－发散模型比嵌套的几何布朗运动模型能更好地拟合期权价格，但是这些时期是否代表期货价格条件分布的一个*事后的更好*描述还没有得到检验[33]。

资产价格跳跃－发散隐含参数相对于无跳跃隐含波动率的检验，主要是三阶和四阶矩的检验，因为隐含二阶矩通常是可比的（Bates（1991，1996a））。Bates（1996a）分别从 1984 年－1992 年及 1986 年－1992 年 1－4 个月每日德国马克和日元期货期权推断跳跃－发散参数。对德国马克期权而言，从期权价格中推断出来的更高阶矩分布的非正态性，事实上包含其后美元/马克期货价格周对数差分非正态分布的统计显著信息，虽然预测并不是无偏的。日元期货期权没有包含任何关于其后美元/日元期货价格分布的信息。Bates（1996b）对 1984 年－1991 年隐含在德国马克期权中的随机波动率/跳跃－发散过程进行估计，假设在整个数据样本中参数不变。从期权价格中可以推断出非经常性（一年两次）的大幅度的跳跃过程，性质上与在该时期内美元/马克期货价格周对数差分的“极端值”相一致。由于用 8 年数据检验一个非经常性跳跃假设存在根本的统计功效不足的问题，与跳跃幅度和从期权价格推断出的跳跃幅度相匹配的假设一样，无跳跃假设也是合理的。

6. 总结和结论

本文指出期权定价的中心实证问题是，隐含在期权价格中的分布是否与标的资产价格的条件分布相一致。一致性检验几乎总是在一个特定分布假设的框架内进行，因而在某种程度上是一致性和分布假设的联合检验。到目前为止，最一般的框架是基本 Black-Scholes 模型的几何布朗运动假设。这一单参数模型被广泛应用于检验从期权价格中推断出的波动率是否与标的资产价格的条件波动率相一致。结论是混杂的：大部分货币期权的隐含波动率是未来货币波动率的相对无偏预测，而从股票和股票指数期权的隐含波动率中却发现实质性偏差。期权市场的复杂化似乎也在发生实质性的演变。相对于后期研究来说，对期权市场最初几年的研究结果包含更多的噪声（如更多套利违规）和资产价格时间序列性质与隐含波动率之间更大程度的分歧。

与期权和时间序列之间波动率一致性的研究相比，期望波动率变化和更高阶矩的研究仍然处于初期阶段。从某种程度上来说，考虑到这三个问题中存在等级排序，这是不合适的。如果期权和时间序列的波动率估计是不同的，就没有理由相信具有时变方差或肥尾冲击的更

[33] 1987 年 9 月和 10 月暴跌前的期权价格的确没有预测到会有一个股市暴跌。

复杂模型能够得出关于条件分布的更好的一致性。整个期权有效期内的（风险中性）期望平均方差是两平期权价格单一的最重要的决定因素。相比之下，包括偏度或超峰度的其他因素通常是第二层次的[34]。虽然，原则上，模型误设定会影响从股票价格中推断的波动率，至今考虑的可供选择模型表明，误设定实际上并没有太大的影响。

当然，记住期权价格和时间序列之间观测离差的其他解释也是很重要的。如果要对系统风险进行补偿，期权价格并不具有精算上的合理性。波动率风险溢价原则上可以解释隐含方差和期望平均方差之间有限范围内的分歧。但是，如果在资产定价的框架下对这些风险溢价的幅度进行更认真的研究的话，那么这种解释就更有说服力。同时，必须记住，文献中报告的分歧可能反映期权定价方法中的数据同步问题、买卖价差、或者总误差。小误差可能对期权定价研究有大的影响；如采用仅过几天就到期的期权。

然而，期权价格显示出一个有趣分类，即值得对标的资产价格的时间序列性质进行建模和检验的分类。预测的波动率变化和更高阶矩现象隐含在期权价格中；随后它们是否能通过标的资产价格实现需要进一步的研究。货币性偏差随时间变化的波动表明需要使用时变偏度模型。

也许这些现象可以归因于市场微观结构的影响。隐含偏度的波动与外币期货（Bates 1996a）以及 S&P500 期货（Bates 1994）的看涨期权相对看跌期权交易活跃性高度相关。例如，备择假设是，这意味着，相对于期权最终买者对虚值看涨和看跌期权的相对需求，期权合约卖方的价格操纵一直在变动。但是，最初的零假设应总是期权是被合理定价的——即和标的资产价格的时间序列的特征是一致的。在提出其他可供选择的解释之前，对这个假设进行结论性的检验是重要且必要的第一步。

参考文献

Adams, P. D. and S. B. Wyatt (1987). Biases in option prices: Evidence from the foreign currency option market. J. Banking Finance 11, 549--562.

Ahn, C. M. and H. E. Thompson (1988). Jump-diffusion processes and the term structure of interest rates. J. Finance 43, 155-174.

Allegretto, W., G. Barone-Adesi and R. J. Elliott (1995). Numerical evaluation of the critical price and American options. Europ. J. Finance 1, 69-78.

34Perhaps the one major exception to this general statement is the extremely pronounced and persistent negative skewness implicit in U.S. stock index options since the stock market crash in 1987.

Amin, K. I. and R. A. Jarrow (1991). Pricing foreign currency options under stochastic interest rates. J. Internat. Money Finance 10, 310-329.

Amin, K. I. and V. K. Ng (1994). A comparison of predictable volatility models using option data. Research Department Working Paper, International Monetary Fund.

Ball, C. A. and W. N. Torous (1985). On jumps in common stock prices and their impact on call option pricing. J. Finance 40, 155-173.

Barone-Adesi, G. and R. E. Whaley (1987). Efficient analytic approximation of American option values. J. Finance 42, 301-320.

Bates, D. S. (1988). Pricing options on jump-diffusion processes. Rodney L. White Center Working

[34] 也许这个一般论述的一个主要例外是，自从 1987 年股市暴跌后隐含在美国股票指数期权中的显著且持续负偏。

Paper 37--88, Wharton School.
Bates, D. S. (1991). The crash of '87: Was it expected? The evidence from options markets. J. Finance 46, 1009-1044.
Bates, D. S. (1994). The skewness premium: Option pricing under asymmetric processes. Advances in Futures and Options Research, to appear.
Bates, D. S. (1996a). Dollar jump fears, 1984-1992: Distributional abnormalities implicit in currency futures options. J. Internat. Money Finance 15, 65-93.
Bates, D. S. (1996b). Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in PHLX Deutsche mark options. Rev. Finane. Stud. 9, 69-107.
Beckers, S. (1980). The constant elasticity of variance model and its implications for option pricing. J. Finance 35, 661-673.
Beckers, S. (1981). Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price variability. J. Banking Finance 5, 363-381.
Ben Khelifa, Z. (1991). Parametric and nonparametric tests of the pure diffusion model adjusted for the early exercise premium applied to foreign currency options. In: Essays in International Finance, Wharton School Dissertation, 1-48.
Bhattacharya, M. (1983). Transactions data tests of efficiency of the Chicago Board Options Exchange. J. Financ. Econom. 12, 161-185.
Black, F. (1976a). Studies of stock price volatility changes. Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, 177-181.
Black, F. (1976b). The pricing of commodity contracts. J. Financ. Econom. 3, 167-179.
Black, F. and M. Scholes (1972). The valuation of option contracts in a test of market efficiency. J. Finance 27, 399-417.
Black, F. and M. Scholes (1973). The pricing of options and corporate liabilities. J. Politic. Econom. 81, 637-659.
Blomeyer, E. C. and H. Johnson (1988). An empirical examination of the pricing of American put options. J. Financ. Quant. Anal. 23, 13-22.
Bodurtha, J. N. and G. R. Courtadon (1986). Efficiency tests of the foreign currency options market. J. Finance 41, 151-162.
Bodurtha, J. N. and G. R. Courtadon (1987). Tests of an American option pricing model on the foreign currency options market. J. Financ. Quant. Anal. 22, 153-167.
Bollerslev, T., R. Y. Chou and K. F. Kroner (1992). ARCH modeling in finance. J. Econometrics 52, 5-59.
Borensztein, E. R. and M. P. Dooley (1987). Options on foreign exchange and exchange rate expectations. IMF Staff Papers 34, 642-680.
Boyle, P. P. and A. Ananthanarayanan (1977). The impact of variance estimation in option valuation models. J. Financ. Econom. 5, 375-387.
Brennan, M. J. (1979). The pricing of contingent claims in discrete time models. J. Finance 34, 53-68
Brenner, M. and D. Galai (1986). Implied interest rates. J. Business 59, 493-507.
Broadie M. N. and J. Detemple (1996). American option valuation: New bounds, approximation. and a comparison of existing bounds. Rev. Financ. Stud~ 9, to appear.
Butler, J. S. and B. Schachter (1986). Unbiased estimation of the Black/Scholes formula. J. Financ Econom,15,341-357
Butler, J. S. and B. Schachter (1994). Unbiased estimation of option prices: An examination of the return

from hedging options against stocks. Advances in Futures and Options Research 7, 167-t76.
Campa J. M. and P. H. K. Chang (1995). Testing the expectations hypothesis on the term structure of implied volatilities in foreign exchange options. J. Finance 50, 529-547.Canina, L. and S. Figlewski (1993). The informational content of implied volatility. Rev. Financ. Stud. 6, 659-682.
Cao, C. (1992). Pricing foreign currency options with stochastic volatility. University of Chicago Working Paper.
Carr, P., R. A. Jarrow and R. Myneni (1992). Alternative characterizations of American put options. Math. Finance 2, 87-106.
Chen, D. and R. Welch (1993). Relative mispricing of American calls under alternative dividend models. Advances in Futures and Options Research 6.
Chesney, M. and L. O. Scott (1989). Pricing European currency options: A comparison of the modified Black-Scholes model and a random variance model. J. Financ. Quant. Anal. 24, 267-284.
Chiras, D. P. and S. Manaster (1978). The information content of option prices and a test of market efficiency. J. Financ. Econom. 6, 213-234.
Choi, J. Y. and K. Shastri (1989). Bid-ask spreads and volatility estimates: The implications for option pricing. J. Banking Finance 13, 207-219.
Cox, J. C., J. E. Ingersoll and S. A. Ross (1985a). An intertemporal general equilibrium model of asset prices. Econometrica 53, 363-384.
Cox, J. C., J. E. Ingersoll and S. A. Ross (1985b). A theory of the term structure of interest rates. Econometrica 53, 385-407.
Cox, J. C. and S. A. Ross (1976a). A survey of some new results in financial option pricing theory. J. Finance 31, 383-402.
Cox, J. C. and S. A. Ross (1976b). The valuation of options for alternative stochastic processes. J. Financ. Econom. 3, 145-166.
Cox, J. C. and M. Rubinstein (1985). Options Markets. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. Culumovic, L. and R. L. Welch (1994). A reexamination of constant-variance American call mispricing. Advances in Futures and Options Research 7, 177-221.
Day, T. E. and C. M. Lewis (1988). The behavior of the volatility implicit in the prices of stock index options. J. Financ.Econom. 22, 103-122.
Day, T. E. and C. M. Lewis (1992). Stock market volatility and the information content of stock index options. J. Econometrics 52, 267-287.
Derman, E. and I. Kani (1994). Riding on a smile. Risk 7, 32-39.
Diz, F. and T. J. Finucane (1993). Do the options markets really overreact? J. Futures Markets 13, 298-312.
Dupire, B. (1994). Pricing with a smile. Risk 7, 18-20.
Ederington, L. H. and J. H. Lee (1993). How markets process information: News releases and volatility. J. Finance 48, 1161-1192.
Emmanuel, D. C. and J. D. MacBeth (1982). Further results on the constant elasticity of variance option pricing model. J. Financ. Quant. Anal. 17, 533-554.
Engle, R. F., A. Kane and J. Noh (1993). Index-option pricing with stochastic volatility and the value of accurate variance forecasts. Advances in Futures and Options Research 6, 393-415.
Engle, R. F., A. Kane and J. Noh (1994). Forecasting volatility and option prices of the S&P 500 index. J. Derivatives 2, 17-30.
Engle, R. F. and C. Mustafa (1992). Implied ARCH models from options prices. J. Econometrics 52,

289-311.
Evnine, J. and A. Rudd (1985). Index options: The early evidence. J. Finance 40, 743-756.
Fares, E. F. (1984). Forward and spot exchange rates. J. Monetary Econom. 14, 319-338.
Fleming, j. (1994). The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices. Rice University Working Paper.
Fleming, j., B. Ostdiek and R. E. Whaley (1996). Trading costs and the relative rates of price discovery in the stock, futures, and option markets. J. Futures Markets 16, 353-387.
Franks, J. R. and E. S. Schwartz (1991). The stochastic behaviour of market variance implied in the prices of index options. Econom. J. 101, 1460-1475.
French, D. W. and D. W. Martin (1987). The characteristics of interest rates and stock variances implied in option prices,J. Econom. Business 39, 279--2Froot, K. A. and R. H. Thaler (1990). Anomalies: Foreign exchange. J. Econom. Perspectives 4, 179-192.
Galai, D. (1979). A convexity test for traded options. Quart. Rev. Econom. Business 19, 83-90.
Galai, D. (1983). A survey of empirical tests of option-pricing models. In: Menachem Brenner, ed., Option Pricing: Theory and Applications. Lexington Books, Lexington, MA, 45-80.
Garman, M. B. and M. K.lass (1980). On the estimation of security price volatilities from historical data. J. Business 53, 67-78.
Garman, M. B. and S. W. Kohlhagen (1983). Foreign currency option values. J. InternaTMoney Finance 2, 231-237.
Gemmill, G. (1991). Using options' prices to reveal traders' expectations. City University Business School (London) Working Paper.
George, T. J. and F. A. Longstaff (1993). Bid-ask spreads and trading activity in the S&P 100 index options market. J. Financ. Quant. Anal. 28, 381-398.
Geske, R. and R. Roll (1984). On valuing American call options with the Black-Scholes European formula. J. Finance 39, 443-45
Gibbons, M. and C. Jacklin (1988). CEV diffusion estimation. Stanford University Working Paper.
Grabbe, J. O. (1983). The pricing of call and put options on foreign exchange. J. Internat. Money Finance 2, 239-253.
Grundy, B. D. (1991). Option prices and the underlying asset’s return distribution. J. Finance 46, 1045-1069.
Hammer, 1. A. (1989); On biases reported in studies of the Black-Scholes option pricing model. J. Econom. Business 41, 153-169.
Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimation. Econometrica 50, 1029-1054.
Hansen, L. P. and R.J. Hodrick (1980). Forward exchange rates as optimal predictors of future spot rates: An econometric analysis. J. Politic. Econom. 889, 829-853.
Harvey, A., E. Ruiz and N. Shephard (1994). Multivariate stochastic variance models. Rev. Econom. Stud. 61, 247-264
Harvey, C. R. and R. E. Whaley (1992a). Dividends and S&P 100 index option valuation. J. Futures Markets 12, 123-137.
Harvey, C. R. and R. E. Whaley (1992b). Market volatility prediction and the efficiency of the S&P 100 index option market. J. Financ. Econom. 31, 43-74.
Heston, S. L. (1993a). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. Rev. Financ. Stud. 6, 327-344.

Heston, S. L. (1993b). Invisible parameters in option prices. J. Finance 48, 933-948.

Hilliaxd, I. E., J. Madura and A. L. Tucker (1991). Currency option pricing with stochastic domestic and foreign interest rates. J. Financ. Quant. Anal. 26, 139-151.

Ho, M. S., W. R. M. Perraudin and B. E. Sorensen (1996). A continuous time arbitrage pricing model with stochastic volatility and jumps. J. Business Econom. Statist. 14, 31-43.

Hodrick, R. J. (1987). The Empirical Evidence on the Efficiency of Forward and Futures Foreign Ex, change Markets. Harwood Academic Publishers, New York.Hsieh, D. A. and L. Manas-Anton (1988). Empirical regularities in the Deutsche mark futures options-Advances in Futures and Options Research 3, 183-208.

Hull, J. (1993). Options, Futures, and Other Derivative Securities. 2nd ed. Prentice-Hall, Inc., New: Jersey.

Hull, J. and A. White (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatility. J. Finance42 281-300.

Johnson, H. and D. Shanno (1987). Option pricing when the variance is changing. J. FinanC. Quant Anal. 22, 143-151.

Jones, E. P. (1984). Option arbitrageand strategy with large price changes. J. Financ. Econom. 13, 91-113

Jorion, P. (1988). On jump processes in the foreign exchange and stock markets. Rev. Financ. Stud. 1, 427-445.

Jorion, P. (1995). Predicting volatility in the foreign exchange market. J. Finance 50, 507-528.

Karolyi, G. A. (1993). A Bayesian approach to modeling stock return volatility for option valuation. J. Financ. Quant. Anal. 28, 579--594.

Kim, I. J. (1990). The analytic valuation of American options. Rev. Financ. Stud. 3, 547-572.

Kim, S. and N. Shephard (1993). Stochastic volatility: New models and optimal likelihood inference. Nuffield College Working Paper, Oxford University.

Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes (1993). Forecasting stock-return variance: Toward an understanding of stochastic implied volatilities. Rev. Finance. Stud. 6, 293-326.

Latane H. A. and R. J. Rendleman (1976). Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. J. Finance 31,369-381.

Lewis, K. K. (1995). Puzzles in international financial markets. In: G. Grossman and K. Rogoff, eds., Handbook of International Economics. Vol 3. North Holland, Amsterdam, 1911-1967.

Lo, A. W. (1986). Statistical tests of contingent-claims asset-pricing models: A new methodology. J. Financ Econom. 17, 143-173.

Lo, A. W. and J. Wang (1995). Implementing option pricing formulas when asset returns are predictable. J. Finance 50, 87-129.

Lyons, R. K. (1988). Tests of the foreign exchange risk premium using the expected second moments implied by option pricing. J. lnternat. Money Finance 7, 91-108.

MacBeth, J. D. and L. J. Merville (1980). Tests of the Black-Scholes and Cox call option valuation models. J. Finance 35, 285-301.

MacMillan, L. W. (1987). Analytic approximation for the American put option. Advances in Futures and Options Research I:A, 119-139.

Madan, D. B. and E. Seneta (1990). The Variance Gamma (V.G.) model for share market returns. J. Business 63, 511-525.

Maloney, K. J. and R. J. Rogalski (1989). Call-option pricing and the turn of the year. J. Business 62,

539-552.
McCuUoch, J. H. (1987). Foreign exchange option pricing with log-stable uncertainty. In: Sarkis S. Khoury and Ghost Alt, eds., Recent Developments in International Banking and Finance. Lex-ington Books, Lexington, MA.
Melino, A. and S. M. Turnbull (1990). Pricing foreign currency options with stochastic volatility. J. Econometrics 45, 239-265.
Melino, A. and S. M. Turnbull (1991). The pricing of foreign currency options. Canad. J. Economics 24, 251-281.
Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. Bell J. Econom. Mgmt. Sci. 4, 141-183.
Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. J. Financ. Econom. 3, 125-144.
Merville, L. J. and D. R. Pieptea (1989). Stock-price volatility, mean-reverting diffusion, and noise. J. Financ. Econom. 242, 193-214.
Myers, R. J. and S. D. Hanson (1993). Pricing commodity options when the underlying futures price exhibits time-varying volatility. ,Amer. J. Agricult. Econom. 75, 121-130.
Naik, V. (1993). Option valuation and hedging strategies with jumps in the volatility of asset returns. ar. Finance 48, 1969-1984.
Naik, V. and M. H. Lee (1990). General equilibrium pricing of options on the market portfolio with discontinuous returns. Rev. Financ. Stud. 3, 493-522.
Nelson, D. B. (1990). ARCH models as diffusion approximation. J. Econometrics 45, 7-38.
Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. Econometrica 59, 347-370.
Nelson, D. B. (1992). Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I: Getting the right variance with the wrong model. J. Econometrics 52, 61-90.
Nelson, D. B. and K. Ramaswamy (1990). Simple binomial processes as diffusion approximations in financial models. Rev. Finane. Stud. 3, 393-430.
Ogden, J. P. and A. L. Tucker (1987). Empirical tests of the efficiency of the currency futures options markets. J. Futures Markets 7, 695-703.
Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. J. Business 53, 61-65.
Patell, J. M. and M. A. Wolfson (1979). Anticipated information releases reflected in call option prices. J. Account. Econom. 1, 117-140.
Peterson, D. R., E. Scott and A. L. Tucker (1988). Tests of the Black-Scholes and constant elasticity of variance currency call option valuation models. J. Financ. Research 111, 201-212.
Poterba, J. and L. Summers (1986). The persistence of volatility and stock market fluctuations. Amer. Econorn. Rev. 76, 1142-I 151.
Press, S. J. (1967). A compound events model for security prices. J. Business 40, 317-355.
Rabinovitch, R. (1989). Pricing stock and bond options when the default-free rate is stochastic. J. Financ. Quant. Anal. 24, 447-457.
Ramaswamy, K. and S. M. Sundaresan (1985). The valuation of options on futures contracts. J. Finance 40, 1319--1340.
Rubinstein, M. (1976). The valuation of uncertain income streams and the pricing of options. Bell J. Econom. Mgmt. Sci 7, 407-425.
Rubinstein, M. (1985). Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported

trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through August 31, 1978. J. Finance 40, 455-480.

Rubinstein, M. (1994). Implied binomial trees. J. Finance 49, 771-818.

Schmalensee, R. and R. R. Trippi (1978). Common stock volatility expectations implied by option premia. J. Finance 33, 129-147.

Scott, E. and A. L. Tucker (1989). Predicting currency return volatility. J. Banking Finance 13, 839-851.

Scott, L. O. (1987). Option pricing when the variance changes randomly: Theory, estimation, and an application. J. Financ. Quant. Anal. 22, 419-438.

Scott, L. O. (1992). The information content of prices in derivative security markets. IMF Staff Papers 39, 596-625.

Scott, L. O. (1994). Pricing stock options in a jump-diffusion model with stochastic volatility and interest rates: Applications of Fourier inversion methods. University of Georgia Working Paper.

Shastri, K. and K. Tandon (1986). On the use of European models to price American options in foreign currency. J. Futures Markets 6, 93-108.

Shastri, K. and K. Tandon (1987). Valuation of American options on foreign currency. J. Banking Finance 11, 245-269.

Shastri, K. and K. Wethyavivorn (1987). The valuation of currency options for alternate stochastic processes. J. Financ. Res. 10, 283-293.

Sheikh, A. M. (1989). Stock splits, volatility increases, and implied volatilities. J. Finance 44, 1361-1372.

Sheikh, A. M. (1991). Transaction data tests of S&P 100 call option pricing. J. Financ. Quant. Anal. 7,6, 459-475.

Sheikh, A. M. (1993). The behavior of volatility expectations and their effects on expected returns J. Business 66, 93-116. Stein, J. C. (1989). Overreactions in the options market. J. Finance 44, 1011-1023.

Stephan, J. A.and R. E. Whaley (1990). Intraday price change and trading volume relation in the stock and stock option markets. J. Finance 45, 191-220.

Sterk, W. (1983). Comparative performance of the Black-scholes and Roll..Geske-WhaleYoption pricing models. J. Financ. Quant. Anal. 18, 345-354.

Stoll, H. R. and R. E. Whaley (1986). New option instruments: Arbitrageable linkages and Valuation. Advances in Futures and Options Research l:A, 25-42.

Taylor, S. J. and X. Xu (1994). The term structure of volatility implied by foreign exchange options. J. Financ. Quant. Anal. 29, 57-74.

Trautmann, S. and M. Beinert (1994). Stock price jumps and their impact on option valuation. University of Mainz (Germany) Working Paper.Valerio, N. (1993). Valuation of cash-settlement options containing a wild-card feature. J. Finane.Engg. 2, 335-364.

Whaley, R. E. (1982). Valuation of American call options on dividend-paying stocks. J. Financ. Econom. 10, 29-58.

Whaley, R. E. (1986). Valuation of American futures options: Theory and empirical tests. J. Finance 41, 127-150.

-Wiggi~s, J. B. (1987). Option values under stochastic volatility: Theory and empirical estimates. J. Financ. Econom. 19, 351-377.