

## 第 15 章 金融模型中基于自助的检验\*

*G.S.Maddala 和 Hongyi Li*

### 1. 引言

过去十年，由 Efron (1979) 最先提出的自助 (bootstrap) 法在金融文献中得到了广泛的应用，其目的多种多样，包括：

- (i) 获取小样本标准误，如，Akgiray 和 Booth (1988) 以及 Badrinath 和 Chatterjee (1991)。
- (ii) 获得检验的显著性水平，如，Hsieh 和 Miller (1988) 以及 Shea (1989a, b)。
- (iii) 获得交易规则利润的显著性水平，如，Levich 和 Thomas (1993) 以及 LeBaron (1994)。
- (iv) 发展总体分布的经验近似分布，如 Bookstaber 和 McDonald (1987)。
- (v) 对自助数据运用交易规则作为模型设定的检验，如，Brock, Lakonishok 和 LeBaron (1992), LeBaron (1991, 1992), Kim (1994) 以及 Karolyi 和 Kho (1994)。
- (vi) 检验长期预测的有效性，如，Goetzmann 和 Jorion (1993), Nelson 和 Kim (1993), Mark (1995), Choi (1994), 和 Chen (1995)。
- (vii) 非线性模型的脉冲响应分析，如，Gallant, Rossi 和 Tauchen (1993) 以及 Tauchen, Zhang 和 Liu (1994)。

本文回顾一些自助法在金融中的应用，它们仅仅是依照自助法的最新发展来看才是有缺陷的。但是，依照最新发展对它们进行评论是最好不过的，自助法的未来运用可以因此改进。在回顾这些研究之前，首先讨论自助法在金融模型中应用的有关问题。

### 2. 各种自助法的回顾

大多数金融模型都涉及时间序列数据。对时间序列数据而言，与独立同分布 (IID) 观测值有关的标准自助法是无效的。一些替代的方法是递归自助法、移动区组 (moving block) 自助法和平稳自助法。我们将简要论述这些替代的方法。首先从标准自助法开始。

#### 2.1. 标准自助法

假设  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  是一个随机样本，来自以参数  $\theta$  为特征的分布， $\theta$  的推断将基于统计量  $T$ 。基本的自助方法由抽取重复样本组成 (容量为  $m$ ，可以等于  $n$  也可以不等于  $n$ ，虽然它通常等于  $n$ )。记这个样本为  $(y_1^*, y_2^*, \dots, y_m^*)$ ，这就是自助样本。进行  $NB$  次这种抽样，并对每个自助样本计算统计量  $T$ ，记为  $T^*$ 。基于  $NB$  个自助样本的  $T^*$  的分布称为  $T$  的自助分布，用它对  $\theta$  进行推断。这一程序已经被 Freedman (1981a, b) 扩展到经典回归，即对残差进行再抽样。毋庸置疑，当误差不是独立同分布时，就需要修正这一程序。

#### 2.2. 递归自助法

处理有明确结构 (如已知  $p$  和  $q$  的平稳  $ARMA(p, q)$  模型) 的滞后因变量和序列相关

\* 感谢 Steve Cosslett 和 Nelson Mark 的许多有益的评论。

误差，可以使用最早由 Freedman 和 Peters (1984) 提出的递归自助法。这种方法也被 Efron 和 Tibshirani (1986) 用于自助 (bootstrapping) AR(1) 和 AR(2) 模型。在递归自助法中，用 OLS 或某些一致方法估计模型，得到残差（经尺度化和中心化后）并对它们进行再抽样。用再抽样的残差，接着递归地形成自助样本。例如，在 AR(1) 误差的回归模型中，

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad (1)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t \quad (2)$$

其中  $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$ ，用 OLS 估计方程 (1)，然后利用估计残差  $\hat{u}_t$ ，用 Cochrane-Orcutt 或 Prais-Winsten 方法估计  $\hat{\rho}$ ，得到  $\hat{e}_t$ 。接着对  $\hat{e}_t$  进行再抽样，并使用递归过程形成  $\hat{u}_t$  和  $y_t$  的自助样本。

### 2.3. 移动区组自助法

当误差分布被设定为已知  $p$  和  $q$  的平稳 ARMA( $p, q$ ) 过程时，应用递归自助法是直截了当的。但是，如果序列相关的结构是不易处理或是错误设定的，基于残差的方法将给出不一致估计（如果模型中存在滞后因变量）。其它不要求数据适合某一参数形式的方法已经发展起来，可以用于处理一般的相关时间序列数据。Carlstein (1986) 首次讨论了自助观测值区组 (block) 而不是个体观测值的思想。他考虑的区组是非交迭 (non-overlapping) 的。随后，Künsch (1989) 以及 Liu 和 Singh (1992) 独立提出了一种更一般的自助过程（该论文 1988 年作为讨论文章出现），即可应用于平稳时间序列数据的 *移动区组自助法*。在这种方法中，观测值区组是交迭的。

Carlstein (不交迭区组) 和 Künsch (交迭区组) 的方法都是将  $n$  个观测值数据分成长度  $l$  的区组，通过回置在所有可能区组中再抽样选出  $b$  个（允许重复）。为简单起见，假设  $n = bl$ 。在 Carlstein 过程中，正好有  $b$  个区组。在 Künsch 过程中有  $n - l + 1$  个区组。这些区组是  $L_k = \{x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+l-1}\}$ ，其中  $k = 1, 2, \dots, (n - l + 1)$ 。例如，当  $n = 6$  且  $l = 3$ ，假设数据为： $x_t = \{7, 2, 3, 6, 1, 5\}$ 。按照 Carlstein 区组为  $\{(7, 2, 3), (6, 1, 5)\}$ 。按照 Künsch 区组为  $\{(7, 2, 3), (2, 3, 6), (3, 6, 1), (6, 1, 5)\}$ 。现在，在两种情况中以回置方式抽取包含两个区组的一个样本。假设，第一次抽取给出 (7, 2, 3)。在 Carlstein 的方案中未抽到区组 (6, 1, 5) 的概率是 1/2，而在移动区组方案中是 1/4。因此，在 Carlstein 方案中未抽到整个区组的概率较高。为此，它不受欢迎，也不经常使用。

虽然 Liu 和 Singh (1992) 谈到了这一结果对更一般统计量的适用性，Künsch (1989, p.1235) 讨论了 AR(1) 和 MA(1) 模型，但是大部分有关区组方法的文献是关于样本均值及方差的估计。

### 2.4. 平稳自助法

即使原始序列  $\{x_t\}$  是平稳 (stationary) 的，移动区组法生成的伪 (pseudo) 时间序列也

是非平稳的。为此，Politis 和 Romano (1994) 提出了平稳自助法。平稳自助法的基本步骤和移动区组自助法的基本步骤相同。但抽样方案之间有一个较大的不同。平稳自助法再抽取的是随机长度的数据区组，其中每个区组的长度服从参数为  $p$  的几何分布，而移动区组自助法再抽取的是相同长度的数据区组。

Carlstein (1986), Künsch (1989), Hall 和 Horowitz (1993) 以及 Politis 和 Romano (1994) 的论文讨论了有关于  $k$  和  $p$  的最优选择。这些规则在小样本情况下仅仅作为参考。这些选择需要更多的经验。此外，使用区组方法时，还需要修正检验统计量，如 Hall 和 Horowitz (1994) 所讨论的。至今，金融文献中还没有区组方法的应用。这里提及它们，作为可实行的替代方法。

### 3. 自助样本生成和检验统计量问题

在金融模型中使用自助法需要解决三个重要的问题。它们是：

- (1) 是对残差还是对数据进行自助。
- (2) 如果是对残差自助，残差应如何生成？
- (3) 适当的检验统计量应如何定义？

关于问题 (1)，虽然自助残差是一般方法，但是文献中也有些例子提出了自助数据。然而，这种替代对时间序列模型来说不是一种有效的方法。这一方法在金融中有相当多的应用，下一节将对此进行评述。

对于随机回归元的情况 (Freedman 称之为“相关模型”，以与“回归模型”相区别)，Freedman (1981a) 提出对  $(y, x)$  成对再抽样，其中  $(y, x)$  服从  $E(y|x) = x\beta$  的联合分布。Efron (1981) 在含有经审查 (censored) 数据的问题中使用了直接数据进行再抽样的方法。Efron 和 Gong (1983) 也提倡使用直接自助数据的方法。

直接法的主要问题是假设特定模型，因为这一原因，会导致研究者在自助前不进行任何设定检验。例如 Levich 和 Thomas (1993) 的研究就有这种情形。在自助前进行某些设定检验一直是很重要的。否则可能对错误模型进行自助。缘于此，我们不推荐自助数据——尤其是在时间序列模型和协整回归的情形中。在  $I(1)$  数据的情形中，对数据进行再抽样破坏了  $I(1)$  性质。对残差进行再抽样使用更多的信息，因为毕竟我们关注的是具有自助数据模型的估计，而无论我们估计什么模型，它都应是自助数据生成过程所使用信息的一部分。Li 和 Maddala (1996a) 对这一点进行了详细的阐述。

另一个问题是：如果在再抽样中用的是残差，残差应如何生成？为了集中讨论这一问题，考虑一个简单回归模型：

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad (3)$$

假设  $\hat{\beta}$  是  $\beta$  的 OLS 估计量，而  $\hat{u}_t$  是 OLS 残差。如果检验假设  $\beta = \beta_0$ ，那么应使用残差  $\tilde{u}_t = y_t - \beta_0 x_t$  进行再抽样。这样做的原因是，当零假设  $H_0: \beta = \beta_0$  为真，但是 OLS 估计量  $\hat{\beta}$  给出  $\beta$  的一个值距  $\beta_0$  甚远，那么残差的经验分布将受到零假设下误差的拙劣近似分布的损害。

如果方程 (3) 是协整回归，以致  $y_t$  和  $x_t$  是  $I(1)$  而  $u_t$  是  $I(0)$ ，那么仅对  $\tilde{u}_t$  进行自助是不

够的。我们也应该使用  $x_t$  是  $I(1)$  的信息。记  $\Delta x_t = v_t$ ，其中  $v_t$  是  $I(0)$ 。接着在自助数据生成中对  $(\tilde{u}, v_t)$  进行成对再抽样。Li 和 Maddala (1996b) 就是这样做的。因此，在自助样本生成过程中考虑模型结构是很重要的。

接下来讨论用自助法进行偏差修正的问题，就此而言，对残差  $\hat{u}_t$  而不是  $\tilde{u}_t$  自助更有意义。然而，由于自助法耗费时间，人们可能使用同一自助样本进行假设检验和偏差修正。但是，要用于偏差修正的公式是不同的，它取决于是对  $\hat{u}_t$  还是对  $\tilde{u}_t$  进行再抽样。如果记  $\beta_i^*$  是来自第  $i$  个自助样本的  $\beta$  的估计量，定义  $\bar{\beta}^* = (NB)^{-1} \sum_i \beta_i^*$ ，其中  $NB$  是自助样本的个数，那么如果用  $\hat{u}_t$  进行自助， $\beta$  的偏差修正估计量是

$$\hat{\beta}_{bc} = \hat{\beta} + (\hat{\beta} - \bar{\beta}^*) \quad (4)$$

而如果用  $\tilde{u}_t$  进行自助，则

$$\hat{\beta}_{bc} = \hat{\beta} + (\beta_0 - \bar{\beta}^*) \quad (5)$$

因此，哪一个残差用于自助随自助法的目的而定：是假设检验还是偏差修正。在前一种情形中，应该用  $\tilde{u}_t$  而不是  $\hat{u}_t$ 。在后一种情形中，两种残差都可以使用，但是偏差修正公式是不同的。

其他再抽样方案也在文献中进行了讨论。(参见 Giersbergen 和 Kiviet, 1994)。假设  $u^*$  是对 OLS 残差  $\hat{u}$  进行再抽样得到的再抽样残差。于是考虑两个抽样方案：

$$S_1 : y^* = \hat{\beta}x + u^* \quad (6)$$

$$S_2 : y^* = \beta_0 x + u^* \quad (7)$$

前面讨论的再抽样是

$$S_3 : y^* = \beta_0 x + u_0^* \quad (8)$$

其中  $u_0^*$  是对  $\tilde{u} = y - \beta_0 x$  再抽样得到的残差。注意  $S_1$  和  $S_2$  都使用 OLS 残差  $\hat{u}$  进行再抽样。

Hall 和 Wilson (1991) 提出了用抽样方案  $S_1$  进行假设检验的两个一般性指导方针。必须注意这些指导方针不是直接在回归模型背景下进行讨论，但是它们适用于这些情况。第一指导方针建议使用  $(\hat{\beta}^* - \hat{\beta})$  而不是  $(\hat{\beta}^* - \beta_0)$  的自助分布，其中  $\hat{\beta}^*$  是来自自助样本的  $\hat{\beta}$  的估计值。第二指导方针建议使用一个适当的学生化统计量 (studentized statistic)，即  $(\hat{\beta}^* - \hat{\beta})/\hat{\sigma}^*$ ，而不是  $(\hat{\beta}^* - \hat{\beta})/\hat{\sigma}$ ，或者仅仅是  $(\hat{\beta}^* - \hat{\beta})$ ，其中  $\hat{\sigma}^*$  是来自自助样本的  $\sigma$

的估计值，而  $\hat{\sigma}$  是来自 OLS 回归的  $\sigma$  的估计值。

假设定义检验统计量：

$$T_1 : T(\hat{\beta}) = (\hat{\beta}^* - \hat{\beta}) / \hat{\sigma}^* \quad (9)$$

$$T_2 : T(\beta_0) = (\hat{\beta}^* - \beta_0) / \hat{\sigma}^* \quad (10)$$

$T_1$  是  $S_1$  适当的检验统计量，而  $T_2$  是抽样方案  $S_2$  和  $S_3$  适当的检验统计量。如前面提到的，对于假设检验，抽样方案  $S_3$  是最合适的。Rayner (1990) 使用了抽样方案  $S_2$  和检验统计量  $T_2$ 。

至于单位根模型，Basawa 等(1991a)证明了抽样方案  $S_1$  是不合适的。Basawa 等(1991b)使用了检验统计量  $n(\hat{\beta}^* - 1)$  与抽样方案  $S_3$ 。Ferretti 和 Romo (1994) 指出检验统计量  $n(\hat{\beta}^* - 1)$  与抽样方案  $S_2$  也可用于单位根的自助检验。

前面概述了生成自助样本的不同再抽样方案，以及它们在不同背景下的适用性。在使用自助法进行假设检验和/或偏差修正时必须记住这些结论。

最后是当使用如移动区组的自助法时用于自助的统计量类型问题。Davison 和 Hall (1993) 认为在移动区组自助法中使用  $t$  百分位数 ( $t$ -percentile) 方法会产生问题。他们建议一般估计量

$$\tilde{\sigma}^2 = n^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$$

修正为

$$\tilde{\sigma}^2 = n^{-1} \sum_{i=0}^n \left\{ (x_i - \bar{x}_n)^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x}_n)(x_{i+k} - \bar{x}_n) \right\}.$$

通过这一修正，自助  $t$ (bootstrap- $t$ ) 可以相当大程度地改进正态近似。方差估计量中这一偏倚产生的原因是区组自助法破坏了数据的依赖结构。遗憾的是，这个公式仅对  $\sqrt{n}\bar{x}_n$  的方差有效。对更复杂的问题而言，就没能得到这么简单的修正了。

在随后的一篇论文中，Hall 和 Horowitz (1994) 在基于 GMM 估计量的检验中研究了这个问题。他们认为，由于区组法没有复制原始数据的依赖结构，因而有必要发展检验统计量的特殊自助形式，而且这些检验统计量必须通过  $O_p(n^{-1})$  和检验统计量的样本形式具有相同分布。他们推导了 Carlstein 的区组方案（不交迭区组）检验统计量的自助形式，但是指出 Künsch 的区组方案由于使用交迭区组而难以分析。

对于以移动区组方案为基础的协整回归假设检验，检验统计量的合适自助形式的推导仍然是相当复杂的。虽然使用一般检验统计量的自助形式不能从理论上证明是合理的，但是 Li 和 Maddala (1996a) 报告的蒙特卡罗结果明确显示对渐进结果有相当大的改进。因此，尽管没有直接的理论证明，但是使用一般检验统计量并对它们进行自助，对渐进结果有相当大的改进。

## 4. 自助法在金融模型中应用的评论

根据前面的讨论，现在我们评述金融中使用自助法的一些研究。大多数研究的主要问题是使用以 IID 观测值（或残差）假设为基础的标准自助法。在协整回归中使用标准自助法尤为疑问重重。

### 4.1. 对数据进行自助

对数据进行自助在金融文献中已经得到广泛使用。例如，Bookstaber 和 McDonald (1987)（称为 B-M）用它从原始数据中生成大量样本。他们需要一个大的数据集，这样可以很好地区分所考虑的不同分布的类别。他们从 1981 年 12 月 30 日起的 21 只随机选择股票的 500 个日收益观测值开始，根据这 500 个观测值的样本，随机重复抽样 250,000 次。最终的自助样本可以视为一个有 250,000 个元素的数据集。他们扩大（multiply）前 250 个日收益率观测值，得到 250 天收益率，对 250 个观测值的每一组都这样做。这样就得到一个具有 1000 个观测值的基于 250 天收益率的样本。这个研究的主要问题是使用了观测值是 IID 假设的标准自助法。

Chatterjee 和 Pari (1990) 用自助法确定 APT（套利定价理论）假定下收益生成过程中的因子个数。他们认为通常的卡方检验高估了因子的个数。而在他们的例子中，替代的自助法表明单因素模型似乎是合理的。这个研究存在两个问题。这一研究中的自助法，（和其他许多研究一样）是基于日收益率独立的假设。现在已经有大量证据拒绝这一假设。第二个问题是使用  $t$  统计量，实质上等同于使用百分位数方法。已经又有大量证据表明自助  $t$  方法或修正偏差的百分位数方法比简单百分位数方法更加可靠。因此，根据 Efron 1979 年论文发表以后自助方法论的发展，生成自助样本的过程和检验统计量的构建可进行实质性的改进。

Hsieh 和 Miller (1990)（缩写为 H-M）也使用了对数据进行自助的方法。他们的目的在于估计边际需求对股票市场波动率的效应。原始样本由包括 1934 年 10 月—1987 年 12 月期间的 14,118 个日股票收益率组成。在此期间有 22 个边际变化。在他们的第一个检验中，H-M 用 Brown 和 Forsythe (1974) 提出的修正 Levene 统计量，检验在边际变化之前 25 天的股票收益率标准差是否和边际变化之后 25 天的标准差相同。为了评估这一统计量的分布，他们从自助分布中获得显著性水平。

由于日收益率独立的假设可能不成立，H-M 接着研究月收益率。月收益率几乎不存在自相关，但是分布明显偏离正态性。数据包括 629 个观测值， $y$  = 月收益率而  $x$  = 边际要求。

H-M 固定  $y$ ，仅对  $x$  的观测值进行再抽样。这不同于 Efron 提倡的对  $(y, x)$  的成对再抽样。

他们认为 Efron 过程破坏了股票市场收益率的条件异方差性，而他们的的方法则保留了这一点。但是 H-M 使用的再抽样方案是不正确的，因为它破坏了  $y$  和  $x$  之间的关系。

一个比 H-M 更好的过程是估计以下回归形式

$$\text{波动率} = \alpha + \beta(\text{边际}) \quad (11)$$

并对回归残差进行再抽样。主要兴趣在于这一回归，而不是修正 Levene 统计量的自助分布。这个统计量检验的是边际变化之前和之后方差是否相等（双侧检验），而零假设要求的是单侧检验，即边际增加（减少）减少（增加）股票市场波动率。

Levich 和 Thomas (1993) 是另一个对数据进行自助的例子。他们用自助法得到外汇市场上交易规则利润的标准误，并检验它们的“统计显著性”。他们固定期初值和期末值，对数据的一阶差分进行随机抽样生成自助样本，并根据自助样本计算交易规则利润。这种类型的再抽样仅当原始序列是随机游走序列时才是正确的。因此，Levich 和 Thomas 使用的标准误和显著性检验仅在对时间序列有非常严格的假设下才是正确的。事实上，使用交易规则利

利润的设定检验(后面将讨论)已经表明,随机游走模型不是模拟数据特征的正确形式。Levich 和 Thomas 讨论了交易规则利润的统计显著性。一个更有趣的问题是研究“经济显著性”,如 LeBaron (1991, 1994) 进行的研究。他检验了外汇市场的利润是否显著不同于其他投资的利润。交易规则的自助法已成为模型设定检验更有效的工具,这些将在后面的第 5 节讨论。

#### 4.2. 标准误的自助法

自助法的最早应用包括使用自助分布以获得估计值的小样本标准误。很快人们就意识到自助分布可能是偏斜的,这样获得标准误和运用一般的显著性检验(基于对称分布,如  $t$  分布和正态分布)是不可取的。为了解决这个不对称问题,可以直接使用自助分布构建置信区间。如果  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的一致估计量,而  $\hat{\theta}^*$  是  $\theta$  的自助估计量,那么  $\theta$  的双侧  $(100 - 2\alpha)$  置信区间是

$$(\hat{\theta}_{\alpha}^*, \hat{\theta}_{1-\alpha}^*). \quad (12)$$

这是双侧等尾(equal-tailed)区间,它通常是非对称的。这种方法被称为百分位数方法。后来,发现这种简单百分位数方法不能给出准确的、所包括范围的概率,于是 Efron (1987) 提出偏差修正和加速偏差修正的置信区间方法。然而,这些计算相当复杂,而另一种计算相对简单的方法是  $t$  百分位数方法(参见 Hall 1988, 1992)。这是基于  $t$  统计量自助分布的百分位数方法。

$$t = \sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta) / s \quad (13)$$

其中  $s^2$  是  $\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta)$  的方差的  $\sqrt{n}$  一致估计量。这个方法通常称为学生化,而  $t$  称为“渐进枢轴(asymptotically pivotal)”(枢轴统计量是指分布与真实参数  $\theta$  无关的统计量)。Hartigan (1986) 强调了使用枢轴统计量的重要性,也可以参阅 Beran (1987, 1988)。这些构建置信区间的方法 DiCiccio 和 Romano (1988) 以及 Hall (1988b, 1992) 都进行了讨论,因此不再重复其细节。

然而在金融文献中,可以看到使用标准误和简单百分位数法的例子。例如, Akgiray 和 Booth (1988) 用自助法获得来自四参数稳定法则(4-parameter stable laws)估计值的标准误。Badrinath 和 Chatterjee (1991) 用自助法得到 Tukey 的  $g$  和  $h$  分布参数估计值的标准误,并将自助标准误和渐进标准误进行比较。金融文献中还有另外几个仅使用标准误和简单百分位数方法的例证。

在有些情况下渐进方差不容易得到,这时百分位数法是唯一的替代方法。在这种情况下,只好满足于百分位数方法。当然,也可以使用 Beran (1987, 1988) 的双重自助法或者某些其它的迭代方法,但是这些情况下计算非常繁琐。

#### 4.3. 基于自助的假设检验

基于自助的假设检验的一个例子是 Lamoureux 和 Lastrapes (1990) 进行的研究,称为 L-L。但是,在这个研究中要检验的假设没有正确表述。因此,自助法的使用是有疑问的,虽然结论可能正确。

已有一些用自助法进行假设检验的研究,这里讨论 L-L 的论文,其它论文在下节中讨论。

L-L 的论点是，IGARCH 模型可以从结构变化的 GARCH 模型中产生，因此，支持 IGARCH 的经验证据是有疑问的。他们估计了两个 GARCH(1,1)模型，一个没有结构变化，另一个通过引入 13 个虚拟变量允许结构变化。数据是 1963 年 1 月 1 日至 1979 年 11 月 13 日 30 个大公司的股票日收益率（共计 4,228 个观测值）。

用  $h_t$  表示股票收益率的条件方差，L-L 考虑的两个 GARCH(1,1)模型是：

$$\text{模型 A: } y_t = x_t \beta + \varepsilon_t \quad (14)$$

$$(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) \sim N(0, h_t) \quad (15)$$

$$h_t = \omega + \lambda h_{t-1} + \alpha v_{t-1} \quad (16)$$

其中  $v_{t-1}$  是无序列相关的新生。

模型 B：和模型 A 相同，增加了 13 个虚拟变量以允许  $\omega$  的结构变化（它们是以某些先验信息为基础外生挑选的）。

在模型 A 中，30 个公司  $\lambda$  的平均值是 0.978，而模型 B 是 0.817，从而表明 IGARCH 模型可以从结构变化的 GARCH 模型中产生。对一些公司（如 #16, 18, 20），差异比较大，而少数公司（如 #23），差异却很小。结果（ $\lambda$  值）如下：

公司	模型 A	模型 B
#16	0.938	.641
#18	0.964	.587
#20	1.012	.687
#23	0.992	.981

L-L 认为 (p.228) “所要求的检验是，零假设为约束模型中的  $\lambda$  等于无约束模型中的  $\lambda$ ，备择假设为后一模型的参数小于前一的参数”。这种表述是不恰当的。一个经典的假设检验不能涉及两个不相容的模型。可以进行的检验有两种：

- (i) 检验结构变化的虚拟变量等于零的假设。如果这一假设被拒绝，那么 B 是正确的模型而 A 是错误设定的模型。
- (ii) 检验模型 B 中  $\lambda = 1$  的假设，即，检验 IGARCH 设定支持模型具有结构变化的假设。如果这一假设被拒绝，观测的 IGARCH 是由于忽视了结构变化（如作者提出的）。

生成自助样本的适当方式取决于考虑的是哪一种假设。对于(i)，在结构虚拟变量等于零的零假设下生成数据，并考虑相应的  $F$  统计量的自助分布。对于假设(ii)，模型 B 在  $\lambda = 1$ （或 0.99）的零假设下生成自助数据，并考虑  $\lambda$  的自助分布。这当然更复杂。两种情况下，有关的检验都从模型 B 开始。

L-L 实际使用的自助数据生成过程如下 (p.228)：“从 #16 公司的约束 GARCH(1,1)模型的标准残差中抽取 500 个自助样本...自助残差...变换为  $\lambda = 0.99$  的 GARCH(1,1)。对每 500 个实现值，估计一般的 GARCH 模型（模型 B）并保存参数。 $\lambda$  的 500 个估计值确定了零假设下的经验分布”。

L-L 使用的自助数据生成过程对模型 A（公司 16）中  $\lambda = 0.99$  的零假设的检验是正确的。但就此处关注的假设而言是不适当的。这里的假设是 IGARCH 对模型 B 的有效性。因此，数据生成必须在  $\lambda = 0.99$  的零假设下从模型 B 开始。



这里的基本论点是，模型 A 是错误设定的，因为它忽略了结构变化，而模型 B 是正确设定的。因此，不能根据错误设定的模型生成样本，对正确设定模型的参数进行推断。

这个例子说明在运用自助法之前，正确地表述假设并以正确方式生成自助数据的重要性。

#### 4.4. 协整系统的自助法

金融文献中将自助法应用于协整系统的研究还不太多。Shea (1989a, b) 是一个例外。他关注现值关系检验中，检验统计量的偏差而使用自助法。以 Campbell 和 Shiller (1987) 提出的协整模型为出发点，两个变量  $x_t$  和  $y_t$  的现值关系描述的是， $y_t$  是  $x_t$  期望值的现值贴现的线性函数。Campbell 和 Shiller 证实，现值关系隐含当价格和股利都是 I(1) 时，股票价格和股利是协整的。Shea 考虑了两种估计现值关系的方法：

方法 1：协整回归

$$P_t = k_1 + \theta D_t + u_t \quad (17)$$

方法 2：误差修正回归

$$\Delta D_t = k_2 + \beta_1 \Delta D_{t-1} + \beta_2 \Delta P_t + \beta_3 D_{t-1} + \beta_4 P_t + u_t \quad (18)$$

其中隐含  $\theta = -\beta_3 / \beta_4$ 。

方法 2 包含一个误差修正方程的估计。模型用 OLS 进行估计，并对 OLS 残差进行再抽样。接着计算参数的自助估计值和自助方差。Shea 认为，获得标准误的自助法是小样本中估计渐进标准误的一种可替代方法。

前面的讨论表明 Shea 使用的自助方法存在两个缺点。(虽然，无可否认，这些讨论在 1987 年 Shea 写作这篇论文时并没有如此广为人知)。第一是自助数据生成的方式。如前一节所讨论的，在一个协整回归模型中，对残差进行再抽样是不够的，必须对反映数据 I(1) 性质的成对残差对进行再抽样。

第二个缺点指的是自助标准误。自助分布可能是偏斜的，在此种情形下不应使用标准误。人们可以直接从自助分布设置置信度。第二点是需要对枢轴统计量(或者渐进枢轴统计量——参阅前一节引用的 Hall 和 Wilson 的指导方针)进行自助。Horowitz (1995) 也明显强调使用枢轴统计量的要求。

就协整回归、Shea 所考虑的方法 1 而言，即使  $\theta$  的估计量是超一致 (super consistent) 的，现在也已经很清楚，它的渐进分布包含由内生性回归元和序列相关误差引起的多余参数 (nuisance parameter)。因此，这种方法不能为自助提供一个渐进枢轴统计量。可以使用 Beran (1987, 1988) 的先决枢轴 (prepivot) 方法或 Efron (1987) 提出的偏差修正方法。但是这些方法计算十分繁重，在可以利用渐进枢轴统计量时无须使用这些方法。在协整回归中可以使用，例如，Phillips 和 Hensen (1990) 的完全修正最小二乘法 (FMOLS) 或者 Johansen (1988) 的向量误差修正模型的 ML 方法 (VECM)。这是 Li 和 Maddala (1996b) 的论文所阐述的。

#### 4.5. GMM 和条件资产定价模型的检验

由于其简单、灵活和一般性，广义矩方法 (GMM) 已经成为估计和检验资产定价模型的一种重要技术。当矩条件的个数大于应估计参数的个数，GMM 还提供对过度识别约束条

件的检验。GMM 蒙特卡罗试验显示，渐进理论通常对由 GMM 获得的检验统计量的分布提供很差的近似。当使用渐进临界值时，GMM 检验统计量的真实与名义基准（size）彼此不同的情况并非异常。例如参阅 Tauchen（1986）和 Kocherlakota（1990）。

Ferson 和 Foerster（1994）对（资产定价模型）GMM 检验统计量的基准和功效、系数估计量的抽样性质、标准误以及  $t$  比率进行了一个详细的蒙特卡罗研究。他们研究了 GMM 的两种形式—两阶段和迭代 GMM 估计量。两种方法具有相同的渐进性质，而研究通常有代表性地使用其中的一种。他们发现，在较大模型中两阶段 GMM 检验经常拒绝零假设，而迭代 GMM 检验统计量更接近渐进分布。他们还发现，在较简单的模型中 GMM 系数估计量是渐进无偏的，但是使用渐进公式会导致标准误的低估。这种低估在具有大量资产和小样本容量的系统中更加严重。然而，在更复杂的模型中，系数估计量和它们的标准误都存在大的偏倚。这些作者还研究了简单的调整以降低有限样本偏倚。

Ferson-Foerster 论文中还有一个小的自助实验，但是从中并不能得出什么结论。他们使用  $N = 12$  个资产和  $T = 60$  个观测值生成满足资产定价单一潜在变量（the single latent variable model of asset pricing）模型的 500 个人工数据样本。根据这些样本，他们计算检验统计量的小样本分布，并用“经验”临界值作为“真实值”。然后用自助法得到 1,000 个自助样本，将由自助法得到的临界值和“真实”临界值进行比较。但是，自助仅应用于 5,000 个样本中的 5 个（称为实验 1-5）。他们指出，样本（实验）3 和 4 的自助临界值极大地不同于“真实”临界值。这个结论是不正确的。任何特定样本的自助临界值都可能是由于一个异常样本而不同于从 5,000 个样本中得出的自助临界值。自助法应该应用于所有 5,000 个样本，并对“真实”值进行平均计算。虽然计算量确实极大，但是可以完成的。参阅 Li 和 Maddala（1996b）以及 Horowitz（1995）。因此，Ferson 和 Foerster 给出的自助结果并不能阐明自助法的有效性。

然而，用自助法研究 GMM 检验统计量的小样本修正还存在另一个问题。Hall 和 Horowitz（1995）认为，对相关数据使用自助法必须保持谨慎。在 GMM 的情形，我们没有结构模型（如 ARMA）可以将数据生成过程简化为独立随机变量变换以应用自助法。自助样本的提取方式必须能适当体现数据生成过程的依赖关系，而这是一般自助法做不到的。

Hall 和 Horowitz 认为不能将自助法应用于一般 GMM 检验统计量，而有必要提出特殊形式的检验统计量，这些统计量必须通过  $O_p(n^{-1})$  与统计量的样本形式具有相同的分布。他们推导了不交迭区组再抽样方法（Carlstein 的方法）检验统计量的特殊形式，并且认为交迭区组方法（Künsch 的方法）的情况更困难。他们通过一个小型蒙特卡罗试验研究了其修正自助检验统计量的表现，发现对所研究的模型和样本容量而言，尽管自助不能消除 GMM 检验统计量的有限样本容量问题，但是可以修正这些问题。

## 5.使用交易规则选择模型的自助法

LeBaron（1991），Brock 等（1992），Kim（1994）以及 Karolyi 和 Kho（1994）用自助法和交易规则（基于移动平均规则）检验几种常用模型的适当性，如随机游走（RW）模型，GARCH 模型，及马尔可夫转换回归（MSR）模型。使用的是对拟合模型的残差进行自助的方法，因此不会遭遇前面关于原始数据自助的批评。其过程包括如下步骤：首先，使用实际数据度量交易规则产生的利润。接着，估计所要求的模型，对残差和估计参数进行自助生成自助样本。最后，计算每个自助样本的交易规则利润，将这一自助分布和得自实际数据的交易规则利润进行比较。

基本思路是将得自给定模型生成数据的时间序列性质和实际数据的时间序列性质进行

比较。交易规则利润是实现这一目的的一个合适度量。 $R^2$ 和其它拟合优度指标不能反映数据的时间序列结构。

Brock 等 (1992) 使用这种方法检查了随机游走 (RW)、AR(1)、GARCH-M、E-GARCH 模型,用的是 1897 年—1986 年的道琼斯工业指数 90 年的日数据。他们发现这些模型都不能再现得自实际数据的交易规则利润 (基于移动平均交易规则)。LeBaron (1991) 考虑 RW、GARCH、体制转换和利率调整模型,发现这些模型无一能再现得自实际数据的交易规则利润,尽管 GARCH 比其它模型表现得好一些。因此,需要用更复杂模型。除了使用交易规则利润作为模型设定的检验之外,LeBaron 还通过考虑交易成本和利率,以及尝试度量相对于其它市场的策略 (这里用的是美国市场上买入和持有股票的策略) 来度量外汇市场上交易策略的风险,从而检验外汇市场上交易规则利润的“经济意义”。其使用的代表性资产包括股利的 CRSP 价值加权指数。我们不对 LeBaron 的结论进行详细的讨论,但总的说来,他的结论是,外汇市场上使用交易规则得到的收益和国内股票组合的收益相似,但是要圆满回答外汇市场上交易规则的“经济意义”还需要进一步的检验。(LeBaron 研究的是 1974 年 1 月—1991 年 2 月每周三在东部标准时间 12:00pm 抽样的英镑 (BP)、德国马克 (DM)、日元 (JY) 周汇率。收益是用汇率\$/fx 的对数一阶差分计算的)。

Kim (1994) 也用交易规则利润作为模型设定检验的一个工具。移动平均交易规则被应用于实际数据以及来自 RW、GARCH-M、Hamilton 的马尔可夫转换模型、SWARCH (具有马尔可夫转换的 ARCH)、CAPM 模型的生成数据。和其他研究者先前的研究一样,他发现,随机游走模型不能反映由实际数据生成的移动平均交易规则利润。如同 Brock 等 (1992) 以及 LeBaron (1991) 的发现一样,他发现 GARCH-M 和 Hamilton 的马尔可夫转换模型也不能反映交易规则利润。但是,SWARCH 模型能够很好地再现得自实际数据的交易规则利润。它优于 GARCH-M 和 Hamilton 的马尔可夫转换模型。当然,这并不意味着 SWARCH 模型是描述外汇市场收益特征的唯一或者最佳模型。它确实表明其它模型是不合适的。

Karolyi 和 Kho (1994) 用自助法和交易规则一起再度检查正反馈投资策略 (即买入过去表现好的股票,卖出过去表现差的股票) 的获利能力。Jegadeesh 和 Titman (1993) 证实这一策略可以获得显著收益。Karolyi 和 Kho 的结论是,他们对 1965 年—1989 年 NYSE 和 AMEX 股票的全面研究表明,相对强度策略的获利能力只不过是这些策略承担的风险的合理补偿。和其他对移动平均交易规则研究所发现的一样,Karolyi 和 Kho 发现随机游走模型不能解释积极型投资策略的显著收益,即使在具有相似风险的股票按规模和  $\beta$  分组的小组之内也不能解释。因此,他们设法研究,在调整随时间变化的风险之后,相对强度交易规则的获利能力是否还是显著的。他们发现,交易规则利润与用期望收益随时间变化的简单条件 CAPM 均衡模型模拟得到的利润是一致的。

Kim (1994) 以及 Karolyi 和 Kho (1994) 都发现了能再现所研究交易规则利润的模型。从讨论的所有四篇论文中,能得到的最强有力的结论是拒绝随机游走模型。Brock 等、LeBaron (1991) 和 Kim (1994) 考虑的交易规则是移动平均规则,而 Karolyi 和 Kho 考虑的规则是正反馈投资规则。在所有四篇论文中,自助法连同交易规则一起用作模型设定的工具。

虽然许多论文引用 Levich 和 Thomas (1993) 以及 Brock 等 (1992) 的研究作为自助法在金融中应用的实例,但所得出的结论却不同。根据观察的事实,实际数据的交易规则利润没有落入自助分布的 (比方说) 95% 区间,Levich 和 Thomas 得出交易规则利润在统计上显著的结论。根据相同的观察资料,前面提到的 Brock 等、LeBaron 和 Kim 的研究得出随机游走模型是不适当的设定的结论。因此,“统计显著性”被以两种不同的 (相矛盾的) 方式进行解释。用自助交易规则利润进行模型选择的方法比 Levich 和 Thomas 中的方法更富有成效。

用自助法进行模型检测 (checking) 的问题已经在 Tsay (1993) 中以样本观测值的不同函数讨论过了。在先前的讨论中, 模型检测所用的函数是交易规则利润。

LeBaron (1992) 指出, 自助之前模型的特定估计方法, 对以实际数据再现交易规则利润为基础判断模型是否有效的研究是有影响的。就外汇数据来说, 例如, Kim (1994) 指出 SWARCH 模型能够很好地再现交易规则利润。这是一个非线性模型。LeBaron 指出, 线性模型如 ARMA(1,1), 用模拟矩方法 (SMM) 估计参数 (而不用 ML 估计参数), 能够很好地再现交易规则利润。值得进一步研究的是, 不同估计方法如何影响用自助法和交易规则进行模型选择。

## 6. 长期回归中的自助法

自助法已经被广泛用于长期回归分析以确定系数估计中的小样本偏倚和假设检验中的显著性水平。例如参阅 Goetzmann (1990), Goetzmann 和 Jorion (1993), Mark (1995), Choi (1994) 以及 Chen (1995)。虽然最后结果不会有很大的变化, 但是可以对这些研究使用的自助法加以改进。从生成自助数据的模型和用自助数据估计的模型是不同的这一意义上说, 自助研究也是不同的。因此, 自助法的有效性就不那么显而易见了。

长期回归是由这样的观测引发的: 虽然股票收益短期不可预测, 但是长期收益是可以预测的。事实上, 若干研究显示了支持长期可预测性的证据 (Kaul, 1996 的回顾)。典型的长期回归形式如下

$$\sum_{i=1}^k R_{t+i} = \alpha_k + \beta_k X_t + u_{tk} \quad (19)$$

其中  $R_t$  是股票收益率的对数,  $X_t$  是度量基本价值的若干变量 (股利收益率是最经常使用的变量)。Fama 和 French (1988) 指出, 股利收益可以预测 NYSE 指数多年收益的重要部分。他们观测到, 股利收益的解释效力随收益期数  $k$  的增大而增大。Campbell 和 Shiller (1988) 也得到了相似的结论。

根据 (19) 的回归进行推断存在两个问题在文献中很引人注目。第一, 对小样本容量  $T$ , 方程 (19) 用交迭收益率进行估计, 因为使用不交迭收益率会使样本容量减少至  $T/k$ 。但使用交迭收益率会引起误差的序列相关。因此, 异方差和序列相关一致 (HAC) 估计量被用于计算标准误。第二个问题是, 方程 (19) 中的  $X_t$  是前定变量, 但也是随机的而且经常与  $u_{tk}$  的滞后值相关。就因为这一点, 认为  $\beta_k$  的估计值存在小样本偏倚。参阅 Mankiw 和 Shapiro (1986) 以及 Stambaugh (1986)。然而, 这些论文中还提出  $X_t$  与本期  $u_t$  相关的问题。考虑模型如下

$$y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad (20)$$

$$X_t = \mu + \phi X_{t-1} + \eta_t \quad (21)$$

$$(\varepsilon_t, \eta_t) \sim IID(0, \Sigma) \text{ 其中 } \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_{\varepsilon\eta} \\ \sigma_{\varepsilon\eta} & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

然后证明

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta} - \beta) &\cong \frac{\sigma_{\varepsilon\eta}}{\sigma_{\eta}^2} E(\hat{\phi} - \phi) \\ &\cong \frac{\sigma_{\varepsilon\eta}}{\sigma_{\eta}^2} \left(1 - \frac{1+3\phi}{T}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

HAC 对标准误的修正仅是渐进有效的，因此蒙特卡罗和自助法都被用于研究系数及其估计标准误偏差修正的小样本问题，使得在长期回归中可以对系数的显著性作出可靠的推断。

Hodrick (1992) 的研究是基于一个蒙特卡罗研究（也可以视为参数自助）。由于它随后成为使用自助法论文的基础，我们将对它进行简要讨论。Hodrick 仔细探查了三种方法：

- (i) 基于 (19) 的回归， $X_t =$  股利率。
- (ii) 收益对累积滞后股利率的回归

$$R_{t+1} = \alpha'_k + \beta'_k \left( \sum_{i=0}^{k-1} X_{t-i} \right) + v_{tk} \quad (24)$$

也经常称之为“后向”（backward）回归。

- (iii) 股票收益率、股利率和国库券利率的 VAR 模型。

他认为 VAR 可以完全描述时间序列的自协方差特征，并探究它如何能用于生成隐含的长期统计量。

Hodrick 首先用(A)1927—1987, (B)1952—1987 和(C)1927—1951 的月份数据估计一阶 VAR 模型。如果收益是不可预测的，那么收益方程中滞后变量的系数应等于零。特别地，样本期 B 的  $\chi^2$  检验统计量是显著的，因而表明收益的可预测性。

为了研究这个推断的小样本有效性，Hodrick 进行了一个蒙特卡罗试验。他使用时期(B)的结果生成数据，从服从 GARCH 过程的多变量分布生成误差。生成的数据集有两个：一个设定收益方程中滞后变量的系数为零（不可预测的零假设），另一个使用实际的估计系数（以评价不同估计方法的功效）。

我们不探究 Hodrick 论文的细节，但其主要结论是：(i)VAR 方法是长期回归三种推断方法中的最佳方法，(ii)蒙特卡罗结果支持这样的结论，即股利率的变化可以预测股票期望收益的显著持久变化。第一个结论毫不奇怪，因为数据就是用 VAR 模型生成的。其它模型在这一框架中是错误设定的。此外，Hodrick 的论文中有一个令人费解的结果，即 VAR 长期回归中的隐含斜率系数（在表 4 中报告）比方程(1)和(2)估计的斜率系数（在表 3 中报告）大许多。

随后的研究基本上沿用 Hodrick 在零假设下以 VAR 生成数据的方法，但是对拟合 VAR 的实际残差进行再抽样。Nelson 和 Kim (1993)（下面称为 N-K）用 1872—1986 年 S&P 的数据研究了全部收益率对股利率对数的回归。和其他研究一样，他们发现， $t$  比率（由此  $R^2$ ）随收益期的扩大而增大。问题在于系数估计值和  $t$  比率是如何偏倚的。为了确定这个问题，他们用拟合的 VAR 模拟了收益率  $r_t$  和股利率  $d_t$  的人工数对（artificial pairs），拟合的 VAR 是残差数对  $(\hat{u}_t, \hat{v}_t)$  中抽取样本的现值模型的近似。N-K 没有使用自助法而是使用一种称为随机化的方法（参见 Noreen, 1988），它和自助法相同只是采用的是不重复抽样。然而，所使用的 VAR 模型在他们的论文中没有给出。

N-K 得出结论，即使使用 HAC 估计量，长期回归中系数估计值也是向上偏倚的而标准误差向下偏倚，而且这些偏差随收益期的扩大而增大。这样，收益可预测性的推断就存在两种偏差。他们的基本结论是，在研究收益可预测性时，需要使用模拟方法得出正确的显著性水平。渐进有效的方法如 HAC 存在相当大的小样本偏差。至于引人关注的可预测性问题，

他们的研究表明收益可预测性是二战后的一个现象。

Goetzmann 和 Jorion (1993) (下面称为 G-J) 用自助法得出这样的结论, 即不存在强统计证据表明股利收益可以用于预测股票收益。但是, 他们的自助法不是建立在一个明确模型的基础之上。他们以全部收益分布的随机抽样为起点, 认为由于全部收益已经被随机化, 因此收益和股利之间没有任何关系。这仅当  $\hat{\beta}$  的分布不依赖于收益序列的时间序列结构时才是正确的。自助数据的生成类似于前面讨论的 Hsieh 和 Miller (1990) 使用的方法, 也是不正确的。

G-J 同样估计了一个 VAR 模型, 给出来自 VAR 模型的自助结果, 并与 Nelson 和 Kim (1993) 以及 Hodrick (1992) 的结果进行比较, 他们发现 VAR 结果比他们的自助结果更支持可预测性。例如, 对 GMM 统计量, 5% 的上限临界值是 2.1, 对 VAR 是 3.9, 而对他们的自助是 5.5。G-J 提出 (p.675), 用 VAR 拒绝 (不可预测的零假设) 易于误导, 因为他们并没有明确地将回归的动态和滞后因变量包括进来。然而, 由于 G-J 没有给出明确的模型, 所以很难对他们的结果给出准确解释。

Mark (1995) 用自助法对外汇市场上的长期可预测性进行了详细的分析。他考虑的是 1973—1991 年间加拿大元 (CD)、德国马克 (DM)、瑞士法郎 (SF) 和日元 (JY) 的季度数据。他首先估计如下形式的方程

$$e_{t+k} - e_t = \alpha_k + \beta_k Z_t + v_{t+k,t} \quad (25)$$

$$k = 1, 4, 8, 12, 16$$

其中  $e_t$  是时期  $t$  的对数汇率。  $Z_t = f_t - e_t$  而  $f_t$  是日期  $t$  的基本价值。  $Z_t$  是日期  $t$  的汇率对其基本价值的偏差。  $f_t$  取自汇率的货币模型。

他发现  $\hat{\beta}_k$  及其显著性 ( $t$  比率) 随期数  $k$  的增大而增大。第二步是修正系数估计值及其标准误的偏差。这是用自助法进行的。Mark 首先论述了 Stambaugh (1986) 给出的系数估计值偏差的渐进修正并用 HAC 修正标准误。

他使用的自助法沿用 Hodrick (1992) 以及 Nelson 和 Kim (1993) 使用的数据生成过程。在零假设下估计 VAR 模型, 并对残差数对进行自助, 形成新的序列。使用的 VAR 是:

$$\Delta e_t = a_0 + \varepsilon_{1t} \quad (26)$$

$$Z_t = b_0 + \sum_{j=1}^p b_j Z_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad (27)$$

令  $(\hat{a}_0, \hat{b}_0, \hat{b}_j)$  为估计的系数,  $\hat{\varepsilon}_{1t}$  和  $\hat{\varepsilon}_{2t}$  是残差, 而  $\hat{V}$  是  $(\hat{\varepsilon}_{1t}, \hat{\varepsilon}_{2t})$  的协方差矩阵。有两种再抽样的方法:

- (i) 从  $N(0, \hat{V})$  中抽取样本,
- (ii) 以重复抽样方式从  $(\hat{\varepsilon}_{1t}, \hat{\varepsilon}_{2t})$  中抽取样本。

方法(i)就是 Efron 所称的参数自助。(参见 Efron 和 Tibshirani (1993) 的附录)。方法(ii), 原则上可以称为“半参数”自助, 因为部分 (回归函数) 被参数化了, 而部分 (误差分布) 则没有参数化。这种方法不是 Efron 所称的“非参数”自助, 但是在经济计量文献中它经常被称为非参数自助, 因为回归函数的参数性质被认为是给定的, 因而唯一的问题是误差分布是否参数化。

Mark 也对零假设（不可预测性）下估计的 VAR 模型进行了设定分析，以检验序列相关和 ARCH 效应。自助数据被用于

- (i) 修正估计方程 (25) 得到的  $\hat{\beta}_k$  的偏差，
- (ii) 获得检验零假设  $\beta_k = 0$  的小样本显著性水平，
- (iii) 评价样本外的预测。

总的结论是长期汇率的回归具有可预测性。

Choi (1994) 用汇率的另一种模型继续进行这一分析，因此基本价值的设定也是不同的。Chen (1995) 考虑了另一种估计方法，除估计方程 (25) 和 (24) 的后向回归之外，还考虑了向量误差修正模型 (VECM)，沿用 Hodrick (1992) 对 VAR 的分析，从 VECM 中导出隐含的长期回归系数  $\beta_k$ 。这篇论文得出的结论是，VECM 是最佳方法，因为它具有最大的拒绝错误零假设的实证功效。但这毫不奇怪（如同 Hodrick 的论文），因为数据是使用 VECM 生成的。但是，即使是 VECM，也仍然存在大的小样本偏倚和样本规模不足。

有一个支持 VECM 的论证，即用自助数据估计 VECM 是有效的，因为自助数据是由 VECM 模型生成的。对其它模型而言，有效性就没有如此明显，原因是数据由 VAR 模型生成，而推断是对分离的回归（长期回归）进行的。

如果从 VAR 模型开始，对长期回归进行基于自助的推断，其适当方法就是，首先估计 VAR 模型，在（收益或者汇率）不可预测性的零假设下生成自助样本，设定（收益或者汇率方程中）滞后变量的系数为零，然后根据 VAR 隐含的长期回归系数进行推断。由于这些系数的渐进方差（是 VAR 系数的非线性函数）是可以计算的，可以对（渐进）枢轴  $t$  统计量进行自助。但是，注意（如前面提到的）在 Hodrick 的研究中，VAR 长期回归的隐含系数比直接估计长期回归的斜率系数大许多。这一差异还需要进行研究。但是，在 Chen (1995) 的研究中不存在这样的差异。

虽然从这些论文中还看不清楚，但从 VAR 开始研究的动机似乎是它更灵活而且能更好地表达实际过程。如果确实如此，由于自助数据也是在零假设下用 VAR 模型生成的，所以长期系数的假设检验也必须在 VAR 框架下进行，而不能在直接（或者间接）的长期回归下进行。为了进行偏差修正，长期回归的直接估计依然是正确的。

假设我们要直接把自助法应用于方程 (19)（否则就得对每个  $k$  分别进行）。由于误差的序列相关和  $Z_t$  可能的内生性，这个问题是复杂的。但是一旦设计出一种适当的估计方法，那么形成自助样本就很直接了。

然而，所有这些研究使用自助法还存在另外一个问题。获得的自助置信区间或显著性水平是基于百分位数方法的。在有关自助的文献中已经证明它们是有偏的。因此，需要用 Efron 提出的以及 Efron 和 Tibshirani (1993) 附录中讨论的偏差修正方法。一种替代方法是自助  $t$  方法。另一种替代方法是 Kilian (1995) 提出的“自助后自助”，即用第一次自助进行偏差修正（和 Mark (1995), Choi (1994), Chen (1995) 的研究一样），然后对修正偏差的估计值进行自助。

无论如何，根据简单百分位数方法在自助文献中早已被淘汰的事实，有相当大的余地可以改进所有这些论文中报告的显著性水平。

## 7.非线性模型的脉冲响应分析

众所周知，金融时间序列具有若干类型的非线性。各种各样的非线性模型已经被用于拟合，ARCH/GARCH 类模型和马尔可夫转换模型是最为常用的模型。这些都是参数模型，而且引入了条件分布低阶矩形式的先验约束。Gallant 和 Tauchen (1992) 提出一种解决这一问题的非参数方法。

在 Gallant 等（1993）和 Tauchen 等（1994）的研究中，这种非参数方法通过非线性脉冲响应分析用于研究时间序列的动态性质。这是通过摄动(perturbation)条件密度函数中的条件自变量向量并描绘出条件均值及方差函数的多步向前期望值完成的。这就是通称的条件矩轮廓图(profiles)。

我们不可能探究该方法的详细过程，但可以导出 Gallant 等和 Tauchen 等用自助法得到的矩分布图的置信区域。这里的自助法并不是前面描述的两种方法（对数据自助和对残差自助）。它是第三种方法——对条件密度函数进行自助。由拟合的条件密度  $\hat{f}(y|x)$  用原始数据的初始条件生成和原始数据具有相同长度的另外的数据集。然后用这些数据集计算矩轮廓图。我们并不清楚在这一自助过程中原始数据的时间序列结构如何保持下来（可能是通过  $f(y|x)$  中  $x$  具有的滞后变量）。无论如何，这些作者都在非参数的背景下使用了自助法，并且导出几种类型的冲击下股票价格和交易量动态响应的一些新结论。对非参数回归中自助法的讨论在较早时候就已经进行，参阅 Hardle 和 Marron（1991）。Gallant 等和 Tauchen 等将它扩展至非线性时间序列分析。

对动态模型中脉冲响应的误差范围 Kilian（1995）以及 Sims 和 Zha（1995）也进行了讨论，虽然是在线性模型的背景下进行的讨论。Sims 和 Zha 认为，贝叶斯区间在小样本下具有坚实的理论基础，较容易计算而且在小样本下根据经典准则几乎和最佳自助区间一样好。没有进行偏差修正的自助区间则表现很差。

Kilian 根据 Efron（1987）以及 Efron 和 Tibshirani（1993）的讨论提出一种不同的偏差修正的置信区间。他称之为“自助后自助”，过程如下：令  $\hat{\theta}(x)$  是  $\theta$  的初始估计值，并用于生成自助样本。假设自助估计值  $\hat{\theta}(x^*)$  的均值用  $\bar{\theta}^*$  表示，那么偏差修正的估计值为

$$\hat{\theta}_{bc}(x) = \hat{\theta}(x) + (\hat{\theta}(x) - \bar{\theta}^*) \quad (28)$$

Kilian 的意见是如果对  $\hat{\theta}_{bc}$  进行自助，将得到比对  $\hat{\theta}$  进行自助更好的置信区间。因此，用第一次自助得到偏差修正，然后用另一次自助得到置信区间。

注意在自助置信区间的文献中 Efron 提出的偏差修正并不是 Kilian 方法中所涉及的自助估计值的偏差修正。但他指出与百分位数方法相比，他的方法在其应用中效果很好。需要更详细的研究是将它和 Efron 的方法及自助  $t$  进行比较。

## 8. 结论

本文指出了自助法在金融模型中应用的一些缺点。Efron 1979 年的论文被频繁引用而自助文献中后来的进展却经常被忽略。注意这些进展将使自助法在金融模型中得到更好的应用。

区分两种自助方法是很重要的：对数据进行自助和对残差进行自助。还有第三种方法，本文第 9 节对此进行了讨论。即使是对残差进行自助，也有不同的抽样方案。这在第 3 节进行了讨论。

应记住的是，用自助数据估计的模型和自助数据生成的方法应该一致。否则，自助就不是正确的自助。如果假设自助样本是模型 A 生成的，那么不同的，模型 B 就不能用相同数据进行估计。这样做出的推断将是不正确的。

自助法在金融模型中的一个重要用途是，交易规则与自助法均作为模型选择的工具。自



助数据生成前如何估计模型看起来会造成不同的结论。这些方法还需要进一步探讨。

我们已经考察了若干篇金融论文，略述自助法使用中的某些缺点。这些论文是否由于自助法的缺陷而得出错误结论？在某些情形中，允许结论相当稳健，使用正确的方法也不会改变结论。例如，第 6 节中讨论的长期预测性和第 4.3 节中讨论的结构变化与 IGARCH 就是这种情形。无论如何，使用正确的方法将给出不同的结果，不管结论改变与否。

另一个问题是：有缺陷的自助法是否仍然优于渐进推断？文献中有几个例子表明有缺陷的自助法并不优于渐进推断。目前关注的一种情形是对单位根模型进行自助。（参见 Basawa 等（1991a））。但是，当没有可利用的渐近推断时，用自助法更好。同样，当正确的自助法过于复杂而不可行时，理论上不完善的自助法可能改进渐进推断，如 Li 和 Maddala（1996b）的讨论。因此，除非证明是另外的情况，自助可能要好于不自助。但是当可以使用正确的自助法时，避免错误的自助是很重要的。

## 参考文献

- Akgiray, V. and G. G. Booth (1988). Mixed diffusion - Jump process/modeling of exchange rate movements. *Rev. Econom. Statist.* 70, 631-7.
- Badrinath, S. G. and S. Chatterjee (1991). A data-analytical look at skewness and elongation in common-stock return distributions. *J. Business Econom. Statist.* 9, 223-33.
- Basawa, I. V., A. K. Mallik, W. P. McCormick and R. L. Taylor (1991a). Bootstrapping unstable first order autoregressive processes. *Ann. Statist.* 19, 1098-1101.
- Basawa, I. V., A. K. Mallik, W. P. McCormick and R. L. Taylor (1991b). Bootstrapping test of significance and sequential bootstrap estimation for unstable first order autoregressive processes. *Commun. Statist. -Theory Meth.* 20, 1015--1026.
- Beran, R. (1987). Prepivoting to reduce level error of confidence sets. *Biometrika* 74, 457-468.
- Beran, R. (1988). Prepivoting test statistics: A bootstrap view of asymptotic refinements. *J. Amer. Statist. Assoc.* 83, 687-697.
- Bookstaber, R. M. and J. B. McDonald (1987). A general distribution for describing security price returns. *J. Business* 60, 401-24.
- Brock, W., J. Lakonishok and B. LeBaron (1992). Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns. *J. Finance* 47,1731-64.
- Brown, M. B. and A. B. Forsythe (1974). Robust tests for the equality of variances. *J. Amer. Statist. Assoc.* 69, 364-7.
- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller (1987). Cointegration and tests of present value models. *J. Politic. Econom.* 95, 1062-1088.
- Campbell, J. Y. and R. J. Shiller (1988). Stock prices, earnings and expected dividends. *J. Finance* 43, 661-676.
- Carlstein, E. (1986). The use of subseries values for estimating the variance of a general statistic from a stationary sequence. *Ann. Statist.* 14, 1171-1179.
- Chatterjee, S. and R. A. Pari (1990). Bootstrapping the number of factors in the arbitrage pricing theory. *J. Financ. Res.*, XIII, 15-21.
- Chen, J. (1995). Long-horizon predictability of foreign currency prices and excess returns: Alternative procedures for estimation and inference. Unpublished Ph.D. dissertation, The Ohio State University.
- Choi, D. Y. (1994). Real exchange rate prediction by long horizon regression. Unpublished Ph.D. dissertation. The Ohio State University.

- Diebold, F. X. and R. S. Mariano (1995). Comparing predictive accuracy. *J. Business Econom. Statist.* 13, 253-263.
- Efron, B. (1979). Bootstrap methods: Another look at the jackknife. *Ann. Statist.* 7, 1-26.
- Efron, B. (1981). Censored data and the bootstrap. *J. Amer. Statist. Assoc.* 76, 312-319.
- Efron, B. (1987). Better bootstrap confidence intervals. *J. Amer. Statist. Assoc.* 82, 171-200.
- Efron, B. and G. Gong (1983). A leisurely look at the bootstrap, the jackknife, and cross validation. *Amer. Statist.* 37, 36-48.
- Efron, B. and R. Tibshirani (1986). Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. *Statist. Sci.* 1, 54-77.
- Efron, B. and R. J. Tibshirani (1993). *An introduction to the bootstrap*. New York and London, Chapman Hall.
- Fama, E. and K. French (1988). Dividend yields and expected stock returns. *J. Financ. Econom.* 22, 3-26.
- Ferretti, N. and J. Romo (1994). Unit root bootstrap tests for AR(1) models. Working Paper, Division of Economics, Universidad Carlos III de Madrid.
- Ferson, W. E. and S. R. Foerster (1994). Finite sample properties of the generalized method of moments in tests of conditional asset pricing models. *J. Financ. Econom.* 36, 29-55.
- Freedman, D. A. (1981a). Bootstrapping regression models. *Ann. Statist.* 9, 1218-1228.
- Freedman, D. A. (1981b). Bootstrapping regression models. *Ann. Statist.* 9, 1229-1238.
- Freedman, D. A. and S. C. Peters (1984). Bootstrapping a regression equation: Some empirical results. *J. Amer. Statist. Assoc.* 79, 97-106.
- Gallant, A. R., P. E. Rossi and G. Tauchen (1993). Nonlinear dynamic structures. *Econometrica* 61, 871-907.
- Gallant, A. R. and G. Tauchen (1992). A non-parametric approach to non-linear time-series analysis: Estimation and simulation. In: E. Parzen et al., eds., *New Dimensions in Time Series Analysis*, New York, Springer-Verlag.
- Goetzmann, W. N. (1990). Bootstrapping and simulation tests of long-term patterns in stock market behaviour. Ph.D. thesis, Yale University.
- Goetzmann, W. N. and P. Jorion (1993). Testing the predictive power of dividend yields. *J. Finance* 48, 663-679.
- Hall, P. (1988). Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals. *Ann. Statist.* 16, 927-953.
- Hall, P. (1992). *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*. Springer-Verlag, New York.
- Hall, P. and J. L. Horowitz (1993). Corrections and blocking rules for the block bootstrap with dependent data. Working Paper #93-11, Department of Economics, University of Iowa.
- Hall, P. and J. L. Horowitz (1995). Bootstrap critical values for tests based on generalized method of moments estimators. To appear in *Econometrica*.
- Hall, P. and S. R. Wilson (1991). Two guidelines for bootstrap hypothesis testing. *Biometrics* 47, 757-762.
- Hardle, W. and J. S. Marron (1991). Bootstrap simultaneous error bars for nonparametric regression. *Ann. Statist.* 19, 778-796.
- Hartigan, I. A. (1986). Comment on the paper by Efron and Tibshirani. *Statist. Sci.* 1, 75-76.
- Hodrick, R. J. (1992). Dividend yields and expected stock returns: Alternative procedures for inference and measurement. *Rev. Financ. Stud.* 5, 357-86.

- Horowitz, J. (1995). Bootstrap methods in econometrics: Theory and numerical performance. Paper presented at the 7th World Congress of the Econometric Society, Tokyo.
- Hsieh, D. A. and M. H. Miller (1990). Margin regulation and stock market volatility. *J. Finance* 45, 3-29.
- Jegadeesh, N. and S. Titman (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *J. Finance* 48, 65-91.
- Jeong, J. and G. S. Maddala (1993). A perspective on application of bootstrap methods in econometrics. *Handbook of Statistics*, Vol. 11, 573~S10. North Holland Publishing Co.
- Johansen, S. (1988). Statistical analysis of cointegration vectors. *J. Econom. Dynamic Control* 12, 231-255.
- Karolyi, G. A. and B-C. Kho (1994). Time-varying risk premia and the returns to buying winners and selling losers: Caveat emptor et venditor. Ohio State University working paper.
- Kaul, G. (1996). Predictable components in stock returns. In: G.S. Maddala and C.R. Rao eds., *Handbook of Statistics*, Vol 14, Statistical Methods in Finance.
- Kilian, L. (1995). Small sample confidence intervals for impulse response functions. Manuscript, University of Pennsylvania.
- Kim, B. (1994). A study of risk premiums in the foreign exchange market. Ph. D. dissertation, Ohio State University.
- Kocherlakota, N. R. (1990). On tests of representative consumer asset pricing models. *J. Monetary Econom.* 26, 285-304.
- Kunsch, H. R. (1989). The jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Ann. Statist.* 17, 1217-1241.
- Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes (1990). Persistence in variance, structural change, and the GARCH model. *J. Business Econom. Statist.* 8, 225-34.
- LeBaron, B. (1991). Technical trading rules and regime shifts in foreign exchange. Manuscript, University of Wisconsin.
- LeBaron, B. (1992). Do moving average trading rule results imply non-linearities in foreign exchange markets. SSRI, University of Wisconsin. Working Paper # 9222.
- LeBaron, B. (1994). Technical trading rules profitability and foreign exchange intervention. SSRI, University of Wisconsin. Working Paper # 9445.
- Levich, R. M. and L. R. Thomas, III (1993). The significance of technical trading-rule profits in the foreign exchange market: A bootstrap approach. *J. Internat. Money Finance* 12, 451-474.
- Li, Hongyi and G. S. Maddala (1996a). Bootstrapping time series models. *Econometric Rev.* 16, 115-195
- Li, Hongyi and G. S. Maddala (1996b). Bootstrapping cointegrating regressions. Presented at the Fourth Meeting of the European Conference Series in Quantitative Economics and Econometrics: Oxford, Dec. 16-18, 1993. To appear. *J. Econometrics*.
- Liu, R. Y. and K. Singh (1992). Moving blocks jackknife and bootstrap capture weak dependence. In: *Exploring the Limits of Bootstrap*, LePage, R. and Billard, L. eds., New York: John Wiley & Sons, Inc., 225-248.
- Mankiw, N. G. and M. D. Shapiro (1986). Do we reject too often? *Econom. Lett.* 20, 139-45.
- Mark, N. C. (1995). Exchange rates and fundamentals: Evidence on long-horizon predictability. *Amer. Econom. Rev.* 85, 201-218.
- Nelson, C. R. and M. J. Kim (1993). Predictable stock returns: The role of small-sample bias.

- J. Finance 48, 641--661.
- Noreen, E. (1989). Computer intensive methods for testing hypothesis: An introduction. Wiley, New York.
- Phillips, P. C. B. and B. E. Hansen (1990). Statistical inference in instrumental variables regression with  $I(1)$  process. *Rev. Econom. Stud.* 57, 99-125.
- Politis, D. N. and J. P. Romano (1994). The stationary bootstrap. *J. Amer. Statist. Assoc.* 89, 1303-13
- Rayner, R. K. (1990). Bootstrapping p-values and power in the first-order autoregression: A Monte Carlo investigation. *J. Business Econom. Statist.* 8, 251-263.
- Shea, G. S. (1989a). Ex-post rational price approximations and the empirical reliability of the present-value relation. *J. Appl. Econometrics* 4, 139-159.
- Shea, G. S. (1989b). A re-examination of excess rational price approximations and excess volatility in the stock market. R. C. Guimaraes et al. eds., *A Re-appraisal of the Efficiency of Financial Markets*, pp. 469-94.
- Shea, G. S. (1990). Testing stock market efficiency with volatility statistics: Some exact finite sample results. Manuscript, Pennsylvania State University.
- Sims, C. A. and T. Zha (1995). Error bands for impulse responses. Working Paper # 95-6, Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Stambaugh, R. F. (1986). Bias in regression with lagged stochastic regressors. CRSP working papers #156, University of Chicago.
- Tauchen, G. (1986). Statistical properties of generalized method-of-moments estimators of structural parameters obtained from financial market data. *J. Business Econom. Statist.* 4, 397-425.
- Tauchen, G., H. Zhang and M. Liu (1994). Volume volatility and leverage analysis. Manuscript, Duke University.
- Tsay, R. S. (1992). Model checking via parametric bootstraps in time series analysis. *Appl. Statist.* 41, 1-15
- Van Giersbergen, N. P. A. and J. F. Kiviet (1994). How to implement bootstrap hypothesis testing in static and dynamic regression models. Discussion paper #T194-130, Tinbergen Institute, Rotterdam.