

译者说明

由 A.G.Malliari&W.A.Brock 所著的《经济学和金融学中的随机方法》一书，收集了近来经济学和金融学论文中使用的随机方法的有关文献资料，总结了随机方法和它们的应用，包括鞅方法、随机过程、最优停时、利用 Wiener 过程建立不确定性模型、随机微积分工具的 Itô 引理、随机微分方程的基本结果、随机稳定性概念和随机控制方法等，并且大量阐述了它们在经济理论和金融学中的应用。在这些应用中，书中涉及到期货定价、工作寻求、随机资本理论、随机经济增长、理性预期假设、随机宏观经济模型、在价格不确定情况下的竞争公司、Black-Scholes 期权定价理论、最优消费和投资组合规则、指数债券的需求、利率期限结构、项目评估中的市场风险调整、现金平衡需求和资产定价模型等问题。

本书可用作高等院校经济学、数量经济学、金融学等专业的研究生和博士生的相关课程教学参考书，也可供从事理论研究的人士学习参考。我们希望本书的翻译出版有助于促进随机方法在经济、金融分析中的应用。

参与本书具体翻译工作的还有广州大学理学院讲师罗羨华、吉林大学数量经济学专业博士研究生孟庆顺和薛丰慧。在此，我们感谢罗羨华、孟庆顺、薛丰慧等 3 人为翻译本书所作的辛勤工作。由于时间和水平所限，书中难免存在错漏之处，翻译不当之处敬请读者给予批评指正。

译者

2003 年 2 月

前 言

《经济学和金融学中的随机方法》一书通过阐述这一课题的理论基础及其应用，为读者介绍了一些数学方法。书中对诸如鞅方法、随机过程、最优停时、利用 Wiener 过程建立不确定模型、作为随机微积分工具的 *Itô* 引理、随机微分方程的基本结果、随机稳定性概念和随机控制方法等主题都进行了讨论，并且大量阐述了它们在经济理论和金融学中的应用。在这些应用中，我们涉及到了期货定价、工作寻求、随机资本理论、随机经济增长、理性预期假设、随机宏观经济模型、在价格不确定情况下的竞争公司、Black-Scholes 期权定价理论、最优消费和投资组合规则、指数债券的需求、利率期限结构、项目评估中的市场风险调整、现金平衡需求和资产定价模型等问题。

因为经济学和金融学界已经接受动态确定性方法较静态分析方法优越这一事实，所以进一步鼓励朝着应用动态随机模型的趋势发展的时代已经到来。

我们期待这些方法能捕获复杂性、测量误差和与经济现实相联系的不确定性，同时还能给一些研究工作者提供有关完全未知的将来事物的建模方法。了解了这里介绍的技巧和方法将会增强成功地解决经济学和金融学所产生的困难及应用问题的能力。当然，对于准备解决大量需要随机方法的问题的研究人员来说，单单这一本书不可能提供足够的知识资本。写一本满足这个标准的书几乎是不可能的。然而，如果用作高级随机方法的入门综述，本书是大量数学、经济学和金融学文献的一本有效和有用的指南。因此，本书的特点是：应用在经济分析中的高级随机方法的入门综述，附上进一步的注释和参考，为另外的阅读提供向导。

在没有比较接近的代替品的情况下，写一本书存在教学上的挑战。例如，书的内容、理论和应用的混合以及它的讲解水平是三个很难处理的问题。关于内容，我们通过描述几种方法，选择广而不是窄的范围。我们应该指出，一些重要方法，如计量经济学方法、随机差分方程方法和离散时间随机控制，没有包含进来，主要是因为这些主题的优秀资源已经存在。对于理论和应用之间的合适的混合，我们强调尽可能平等对待。一些理论主题由于没有直接的应用而未包含，例如，几个测度理论的概率概念和随机积分的概念就属于这种情况。主题是否被包含进书中的辨别标准是它对有直接应用的后续理论发展是否有作用。

在阐述理论和应用之间的相互影响时，我们使用两种方法。在第一章，应用跟在鞅方法和最优停时后面，理论的使用直接说明。本书的其余部分，数学方法包含在第二章中，而第三章和第四章分别含有经济学和金融学的的应用。积分理论和应用放在第一章是自然的，但两者分开对维持其他地方的流畅是更有效的。一些方法，如 *Itô* 引理，在理论和应用中都进行了深入细致的讨论。其他方法，尽管他们的理论发展已经完备，但还没有广泛地应用，因此必须等待将来研究工作者的工作。这方面的例子包含连续最优停时、随机微分方程和随机控制。进一步探讨经济学和金融学中的一些应用研究领域，如随机稳定性，也产生了一些困难的数学问题，合适的数学方法还没有充分发展。

不利用测度理论的概率论基础解释本书的方法是非常困难的。因为这个原因，我们用到了 σ -域概率空间、可测函数、数学期望和条件概率。然而，为了使本书适合更多的读者，

我们保持了最少的理论基础框架，而把参考资料提供给有兴趣的读者，那里可以找到大量的深层次理论。

这本书的主要读者包括经济学和金融学中有雄心利用随机方法作为他们的研究工具的博士生们。但是，一些专修金融理论或者定量方法的 MBA 学生，在他们的课程或者补充资料中也许会发现本书的价值。另外，经济或金融理论工作者也可以利用本书教会自己随机方法。最后，专攻这里所描述的方法的应用数学家也会发现本书有用处，因为它含有许多应用问题。

本书尽力使数学预备知识保持最少。本书的大部分能被具有良好分析和基本概率论基础的人所理解。在第一章的前 5 节中，我们收集了一些分析和属于概率课程之外而第二，三，四章又需要的结果。

大部分习题分为两类。它们或者告诉读者补充事实，并指出到哪里找答案；或者设计发展计算技巧。然而，有一些习题，如第三章的 (5)，(9) 和 (14) 题，它们使读者进入到模型建立领域中。这些是最艰难的问题。这里预先提醒读者，建议他们尽可能地解释，而不是得出确定的结论。

序言

在《经济学和金融学中的随机方法》一书中，A.G.Malliariis 收集了有关近来经济学和金融学论文中使用的随机方法的文献资料。这是一项超乎寻常的艰巨任务，他遇到了下列艰难的平衡问题。

一方面，他必须介绍随机微积分、随机微分方程、最优随机控制、最优停时理论和其他主题的数学文献。另一方面，他必须选择足够低的水平，以致于此书能够为广大读者所接受。同时，Malliariis 必须在这些理论的数学发展和众多应用之间作恰当的平衡，使得读者有充分的准备去阅读和投身到经济学与金融学的前沿研究中去。

进一步，由于从事在经济学和金融学中研究工作的人们的数学背景几乎覆盖了整个数学领域所拥有的范围，从有相当于最好的数学系的博士水平的人到仅仅是初步理解一年级分析理论的人，应有尽有，因此，Malliariis 要构造一本能吸引如此多层次和不同类型读者的书，这几乎不可能。不仅如此，为了保持较低的价格，这本书的篇幅必须有限。这样，就会带来较大的教学难度。

对于在别处有更进一步介绍的结果，Malliariis 博士选择了给出详细索引的办法。简而言之，他说明了那些需要说明的东西，然后告诉读者到哪里找额外的材料。采用这种方法，他给巨大的数学—经济学—金融学文献库准备了一本用户指南。

希望备有该书的读者，在利用随机方法从事经济学和金融学研究时，能较之直接从期刊中摘取而更容易找到一条通往学科前沿的道路。

A.G.Malliariis 为了写这样的一本新奇的作品，做了充分的准备。尽管他已取得经济学博士学位，但他仍然常年在芝加哥大学经济学和数学系修读课程。而且，他是一个有耐心、知识广博的英语语言专家。

让我举一个出现在该书中的有关 Malliariis 阐述技巧的例子。他能够从我们演讲笔记、问题集、试题和口头陈述中提取原始材料，并把它们加工成可读的东西。任何想写点东西的人都知道口头交流比书面交流要容易得多。

总之，在教科书和参考书的写作领域里，A.G.Malliariis 给这一职业提出了一个大胆和新颖的观念。我个人的观点是，他已经令人佩服地解决了一个相当难的有约束的最优化问题。我相信市场也会这样想。

芝加哥和麦迪逊

W.A.Brook

目 录

第一章 概率论的若干结论

1. 引言
2. 概率空间
3. 随机变量
4. 数学期望
5. 条件概率
6. 鞅及其应用
7. 随机过程
8. 最优停时
9. 各种应用和习题
10. 进一步的注释和参考

第二章 随机微积分

1. 引言
2. 建立不确定性模型
3. 随机积分
4. $I\hat{o}$ 引理
5. 例题
6. 随机微分方程
7. 解的性质
8. 点均衡和稳定性
9. 平稳分布的存在性
10. 随机控制
11. Bismut 方法
12. 跳跃过程
13. 最优停时和自由边界问题
14. 各种应用和习题
15. 进一步的注释和参考

第三章 在经济学中的应用

1. 引言
2. 不确定性下的新古典经济增长
3. 不确定性下的开放型经济增长
4. 不确定性下的经济增长：解的性质
5. 不确定性下的经济增长：平稳分布
6. 随机 Ramsey 问题

7. Bismut 论最优增长
8. 理性预期假设
9. 不确定性下的投资
- * 10. 竞争过程、横截条件和收敛性
- * 11. 理性预期均衡
12. 线性二次目标函数
13. 指数形式的状态评估函数
14. 货币、价格和通货膨胀
- * 15. 一个 N 一部门的离散增长模型
16. 在价格不确定条件下的竞争性厂商
17. 存在随机扰动时的稳定
18. 连续时间随机资本理论
19. 各种应用和习题
20. 进一步的注释和参考

第四章 在金融学中的应用

1. 引言
2. 随机通货膨胀率
3. Black-Scholes 期权定价模型
4. 消费和投资组合选择
5. 双曲型的绝对风险厌恶函数
6. 投资组合跳过程
7. 指数债券的需求
8. 有效市场中的期限结构
9. 在项目评估中的市场风险调整
10. 现金平衡的需求
- * 11. 系统风险的价格
- * 12. 资产定价模型
- * 13. 资产定价函数的存在性
- * 14. 确定等价公式
- * 15. 可检验公式
- * 16. 一个例题
17. 各种应用和习题
18. 进一步的注释和参考

文献选编

作者索引

主题索引

注：带*号的节是由 W.A.Brock 教授来稿